

① (I) Нати извод функције: $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt[3]{x} - 6x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{x^5}$

(II) Нати извод функције: $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[4]{x} + \frac{1}{x^3} - 5x^{\frac{2}{5}}$

② (I) Нати $f'(e)$ ако је $f(x) = \frac{\ln x - 2}{\ln x}$

(II) Нати $f'(e^{-1})$ ако је $f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x}$

③ (I) Нати извод оје: $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}$

(II) Нати извод оје: $y = \arctg \frac{1+x}{1-x}$

④ Нати извод функције: $y = \ln \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$

Решене

① Свесли сваки члан на степен, па нати извод:

(I) $y' = (x^{-\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{3}} - 6x^{\frac{2}{3}} + x^{-5})' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} + 3 \cdot \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - 6 \cdot \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - 5x^{-6} =$
 $= -\frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x^6}$

(II) $y' = (6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{4}} + x^{-3} - 5x^{\frac{2}{5}})' = 6 \cdot \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - 4 \cdot \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} - 3x^{-4} - 5 \cdot \frac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}} =$
 $= \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{3}{x^4} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$

② (I) $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} (\ln x - 2)}{\ln^2 x} = \frac{\frac{1}{x} (\ln x - \ln x + 2)}{\ln^2 x} = \frac{2}{x \ln^2 x}$

$f'(e) = \frac{2}{e \ln^2 e} = \frac{2}{e}$

(II) $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} (1 - \ln x) - (-\frac{1}{x}) \ln x}{(1 - \ln x)^2} = \frac{\frac{1}{x} (1 - \ln x + \ln x)}{(1 - \ln x)^2}$

$= \frac{1}{x (1 - \ln x)^2}$

$f'(e^{-1}) = \frac{1}{e^{-1} \cdot 2^2} = \frac{e}{4}$

③ (I) $y' = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}\right)^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{(1-x^2)^2}{1-2x^2+x^4+3x^2} \cdot \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$
 $= \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4}$

$$(11) \quad y = \frac{1}{1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{1-x + 1+x}{(1-x)^2} = \frac{(1-x)^2}{1-2x+x^2+1+2x+x^2} \cdot \frac{2}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{2}{2(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(14) \quad y' = \left(\ln \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} \right)' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}} \cdot \frac{-\cos x(1+\sin x) - \cos x(1-\sin x)}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}} \cdot \frac{-\cos x(1+\sin x + 1-\sin x)}{(1+\sin x)^2} =$$

$$= \frac{1+\sin x}{2(1-\sin x)} \cdot \frac{-2\cos x}{(1+\sin x)^2} = -\frac{\cos x}{1-\sin^2 x} = -\frac{\cos x}{\cos^2 x} = -\frac{1}{\cos x}$$