

1. Одредити координате тачке  $M(x, y)$  која је подједнако удаљена од тачака  $A(-1, -3), B(-4, 6), C(3, -1)$ .
2. Одредити тачку  $N$  која је симетрична тачки  $A(1, 4)$  у односу на тачку  $B(5, 1)$  као центар симетрије.
3. У троуглу чија су темена тачке  $A(2, -4), B(7, 6), C(12, 1)$ . одредити тачку  $M$  која дели дуж  $AB$  у размери 2: 3, тачку  $N$  која дели дуж  $BC$  у размери 3: 2 и израчунај површину троугла  $\triangle CMN$
4. Одредити координате четвртог темена паралелограма ако су координате три његова темена дата са  $A(1, 1), B(4, 0), C(5, 3)$ .

1. Одредити координате тачке  $M(x, y)$  која је подједнако удаљена од тачака  $A(-1, 7), B(3, -1), C(6, 8)$ .
2. Одредити тачку  $N$  која је симетрична тачки  $B(5, 1)$  у односу на тачку  $A(1, 4)$  као центар симетрије.
3. У троуглу чија су темена тачке  $A(2, -4), B(7, 6), C(12, 1)$ . одредити тачку  $M$  која дели дуж  $AB$  у размери 2: 3, тачку  $N$  која дели дуж  $BC$  у размери 3: 2 и израчунај површину троугла  $MNB$ .
4. Одредити координате четвртог темена паралелограма ако су координате два његова темена дата са  $A(-3, 5), B(1, 7)$ , а пресечна тачка дијагонала има координате  $M(1, 1)$

① (I) A(-1, 3), B(-4, 6), C(3, -1) M(x, y) = ?

Из условия задачи следует, что M(x, y) равноудален от точек A, B и C:  $d(M, A) = d(M, B) = d(M, C)$

$d(M, A) = d(M, B)$  т.е.  $\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-6)^2}$

$d(M, A) = d(M, C)$  т.е.  $\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2}$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = (x+4)^2 + (y-6)^2$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2$

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = x^2 + 8x + 16 + y^2 - 12y + 36$

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 6x + 9 + y^2 + 2y + 1$

$$\begin{cases} -6x + 18y = 42 \\ 8x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 3y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2x \\ -7x = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1, 2)$$

(II) A(-1, 7), B(3, -1), C(6, 8) M(x, y) = ?

Аналогично как в I случае!

$(x+1)^2 + (y-7)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2$   $\left. \begin{matrix} 8x - 16y = -40 : 8 \\ 14x + 2y = -50 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x - 2y = -5 \\ 15x = 45 \end{matrix}$

$(x+1)^2 + (y-7)^2 = (x-6)^2 + (y-8)^2$   $\left. \begin{matrix} 8x - 16y = -40 : 8 \\ 14x + 2y = -50 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x - 2y = -5 \\ 15x = 45 \end{matrix}$

$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 8 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow M(3, 4)$$

② (I) B(x<sub>B</sub>, y<sub>B</sub>) середнее между A(x<sub>A</sub>, y<sub>A</sub>) и N(x<sub>N</sub>, y<sub>N</sub>):

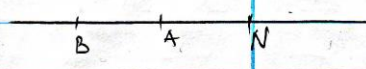
$x_B = \frac{x_A + x_N}{2}$  т.е.  $x_N = 2x_B - x_A = 9$   $N(9, -2)$

$y_B = \frac{y_A + y_N}{2}$  т.е.  $y_N = 2y_B - y_A = -2$

(II) A(x<sub>A</sub>, y<sub>A</sub>) середнее между B(x<sub>B</sub>, y<sub>B</sub>) и N(x<sub>N</sub>, y<sub>N</sub>):

$x_A = \frac{x_B + x_N}{2}$  т.е.  $x_N = 2x_A - x_B = -3$

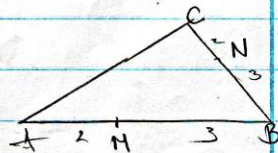
$y_A = \frac{y_B + y_N}{2}$  т.е.  $y_N = 2y_A - y_B = 7$   $N(-3, 7)$



③ (I) A(2, -1), B(7, 6), C(12, 1)

$x_M = \frac{x_A + \frac{2}{3}x_B}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{2 + \frac{14}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{20}{5} = 4$

$y_M = \frac{y_A + \frac{2}{3}y_B}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{-1 + \frac{12}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = 0$   $M(4, 0)$





$$x_N = \frac{x_B + \frac{3}{2}x_C}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{4 + \frac{3}{2} \cdot 12}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{25}{\frac{5}{2}} = 10 \quad y_N = \frac{y_B + \frac{3}{2}y_C}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{6 + \frac{3}{2} \cdot 0}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{15}{\frac{5}{2}} = 3 \quad \boxed{N(10,3)}$$

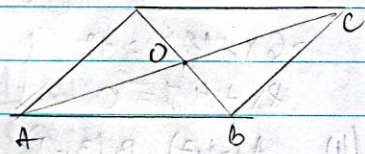
$$(I) P_{\Delta OCN} = \frac{1}{2} |x_C(y_N - y_O) + x_N(y_O - y_C) + x_O(y_C - y_N)| = \frac{1}{2} |12(0-3) + 4(3-1) + 10(1-0)| = \frac{1}{2} |-36 + 8 + 10| = 9$$

$$(II) P_{\Delta MNB} = \frac{1}{2} |x_M(y_N - y_B) + x_N(y_B - y_M) + x_B(y_M - y_N)| = \frac{1}{2} |4(3-6) + 10(6-0) + 7(0-3)| = \frac{1}{2} |-12 + 16 - 21| = 8,5$$

(4) (I) A(1,1) B(4,0) C(5,3)

Точка O — середина диагонали AC.

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 3; \quad y_O = 2 \quad O(3,2)$$



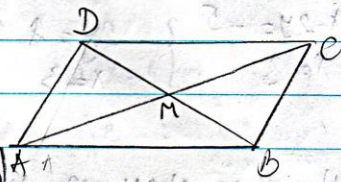
$$x_D = \frac{x_B + x_C}{2} \quad \text{т.к. } x_D = 2x_O - x_B = 6 - 4 = 2$$

$$y_D = \frac{y_B + y_C}{2} \quad \text{т.к. } y_D = 2y_O - y_B = 4 - 0 = 4 \quad \boxed{D(2,4)}$$

(II) A(-3,5) B(1,7) M(9,1)

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \quad \text{т.к. } x_C = 2x_M - x_A = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \quad \text{т.к. } y_C = 2y_M - y_A = -3 \quad \boxed{C(5,-3)}$$



$$x_D = 2x_M - x_B = 1$$

$$y_D = 2y_M - y_B = -5 \quad \boxed{D(1,-5)}$$