

## ПАРАБОЛА - ОБРАДА

Известно јуна параболе. Координатни систем постављено тако да она  $Ox$  пролази кроз фокус, а осу  $Oy \perp$  на  $Ox$  на полозици одређена између осне и директрисе и паралелно са директрисом. (1)

Нека је  $\mathcal{P}$  параболе која је

$$d(F, l) = p, \text{ Тада јуна } l: x = -\frac{p}{2}$$

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

Нека је  $M(x, y)$  произвољна тачка  $\mathcal{P}$ .

Тачка  $M$  припада параболу  $\mathcal{P}$  ако њене координате задовољавају јуна:

$$y^2 = 2px \text{ - јуна параболе}$$

Доказ:

( $\rightarrow$ )  $N$  - нормалне хоризале из  $M$  на  $l$ ,  $N\left(-\frac{p}{2}, y\right)$ . По дефиницији параболе: крива која је растојање било које њене тачке од фиксацине тачке  $F$  (жупне) једнако растојању те тачке од фиксацине праве  $l$  (директрисе),

$$\text{Бити } d(M, N) = d(M, F); \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 \quad \Downarrow \quad y^2 = 2px$$

( $\leftarrow$ ) Нека  $x, y$  задовољавају јуна  $y^2 = 2px$ .

Показатељно да се тај тачка  $M$  налази подједнако удаљена од  $l$  и  $F$ .

$$d(F, M) = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ y^2 = 2px \end{array} \right\} \begin{array}{l} d(F, M) = \sqrt{x^2 - px + y^2 + 2px} = \sqrt{x^2 + px + y^2}, \text{ а} \\ \text{како је } d(M, N) = \sqrt{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + px + y^2}, \end{array}$$

Закључујемо да је  $M$  исто удаљена и од

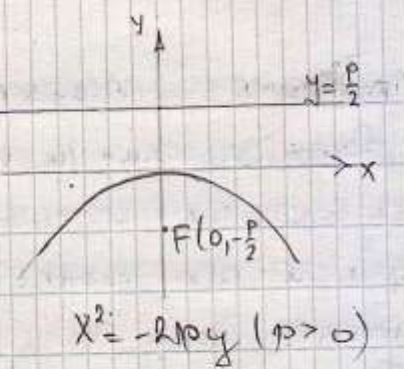
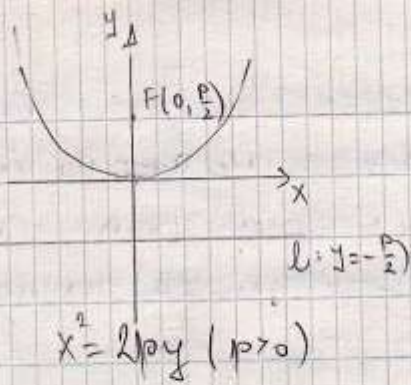
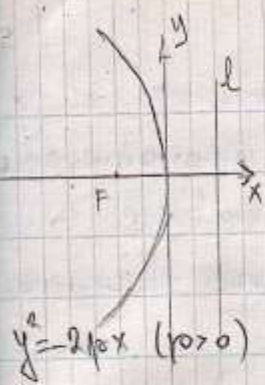
$F$  и од  $l$   $\Rightarrow$  да припада параболу.  $\square$

$p$  - параметар параболе

За параболу  $y^2 = 2px$  важи:

- 1) Ако  $M(x, y) \in \mathcal{P}: y^2 = 2px$ , онда је  $x \geq 0$
- 2) коорд. почетак  $O(0, 0) \in \mathcal{P}$  па је  $O$  тачка параболе
- 3) график криве је симетричан  $y$  осом на  $Ox$  осу - она параболе

Ако занемаримо полозици жупне  $x$  директрисе, међа се и јуна параболе  $\mathcal{P}$ .



Пример 1. Определить координаты фокуса и уравнение директрисы параболы  $F = 10x$ .  
 Дана парабола,  $10 = 2p \cdot \pi$ .  $p = 5$ , фокус  $F(\frac{5}{2}, 0)$  и  $x = -\frac{5}{2}$ .

Пример 2 Определить координаты фокуса и уравнение директрисы параболы  $F: x^2 = y$ .

Найти ее из уравнения  $x^2 = y$  и найти  $p$ .  $2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$ :  $F(0, \frac{1}{4})$  и  $y = -\frac{1}{4}$