

## Granična vrednost funkcije

1. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x - 2}{x^2 - 3x^3 - 1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 7}{x - 1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{3x^2 - 2x + 3} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x + 2} \quad (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 1)^2}{2x^2 - 3}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 3)^2 - 2(x + 2)}{2x^2 - 1} \quad (h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{\sqrt{x^4 - 1}} \quad (i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{\sqrt{x^2 - 5}}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 8x}}{x + 1} \quad (k) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - \sqrt[3]{x}}{x - 2} \quad (l) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{x + 1}$$

rešenje: (a) 2, (b)  $-\frac{2}{3}$ , (c)  $\infty$ , (d) 0, (e) 0, (f) 2, (g) 2, (h) 2, (i) 3, (j) 2, (k) 2, (l) 0

2. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{2x - 4} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x^3 + 3x^2 - 2x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^2 - 5x + 3} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1} \quad (f) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 6x + 9}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4} \quad (h) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x} \quad (i) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$$

rešenje: (a) 1, (b)  $\frac{5}{2}$ , (c)  $\frac{14}{5}$ , (d) -3, (e) 6, (f)  $\infty$ , (g)  $\infty$ , (h) 0, (i) 0

3. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{2x-12} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+12} - 3}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x-8} \quad (e) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x-4} - 1}{x-5} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$$

rešenje: (a)  $\frac{1}{4}$ , (b)  $\frac{1}{12}$ , (c) -36, (d)  $\frac{1}{12}$ , (e)  $\frac{1}{3}$ , (f)  $\frac{7}{12}$

4. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3})$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x) \quad (d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

rešenje: (a)  $\frac{1}{2}$ , (b)  $\frac{5}{2}$ , (c)  $\infty$ , (d) 0

5. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{2x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x} \quad (e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 5x}{1 + \sin 2x}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 4x}{2x^2} \quad (h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} \quad (i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \cdot \sin 2x}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3} \quad (k) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{2 \sin x} - \frac{3}{2 \operatorname{tg} x} \right) \quad (l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

rešenje:

$$(a) 5 \quad (b) \frac{7}{3} \quad (c) \frac{1}{2} \quad (d) 3 \quad (e) \frac{2}{5} \quad (f) 0$$

$$(g) \frac{15}{4} \quad (h) \frac{1}{4} \quad (i) \frac{3}{4} \quad (j) \frac{1}{2} \quad (k) 0 \quad (l) 8$$

6. Odrediti granične vrednosti sledećih funkcija

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{x} \right)^2 \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x-3} \right)^{4x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-3} \right)^{2x+1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+2}{x^2+1} \right)^{x^2} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x \quad (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-x+2}{x^2-4x+3} \right)^x$$

rešenje:

$$(a) 1 \quad (b) e^4 \quad (c) e^{10} \quad (d) 1 \quad (e) \frac{1}{e} \quad (f) e^3$$

7. Odrediti asimptote sledećih funkcija:

$$(a) f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+x-6} \quad (b) f(x) = \frac{1}{x+2} \quad (c) f(x) = \frac{3x^2+2x-4}{2x^2-x+1}$$

$$(d) f(x) = \frac{2x^2-9}{x+2} \quad (e) f(x) = \frac{x^3+1}{x^2} \quad (f) f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

rešenje:

(a) prave  $x = -3$ ,  $x = 2$  su vertikalne asimptote, prava  $y = 1$  je horizontalna asimptota, (b)  $x = -2$  je ver. asimptota,  $y = 0$  hor. asimptota, (c) nema ver. asimptota,  $y = \frac{3}{2}$  je hor. asimptota, (d)  $x = 2$  je vert. asimptota,  $y = 2x - 4$  je kosa asimptota, (e)  $x = 0$  je vert. asimptota,  $y = x$  je kosa asimptota, (f)  $x = -1$  vert. asimptota,  $y = \frac{x}{2} - 1$  kosa asimptota.