

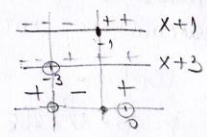
$(2x+y+z) : (3x+z-1) : (5y+z+1) : (2x+y-2) = 4:5:3:4$
 Опред. числа:
 $\frac{2x+y+z}{4} = \frac{3x+z-1}{5} = 5k$
 $\frac{2x+y+z}{4} = \frac{5y+z+1}{5}$
 $\frac{2x+y+z}{4} = \frac{2x+y-2}{4} \dots$

Решение: $(x, y, z) = (6, 2, -2)$

$(x+2y+3z) : (4x-2y+z-3) : (x+3y+4z) : (x-5y+3) = 4:3:2:1$
 $\frac{x+2y+3z}{4} = \frac{4x-2y+z-3}{3}$
 $\frac{x+2y+3z}{4} = \frac{x+3y+4z}{2}$
 $\frac{x+2y+3z}{4} = \frac{x-5y+3}{1}$

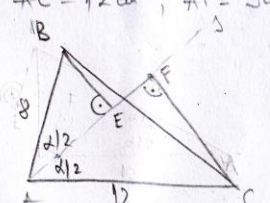
Решение: $(x, y, z) = (6, 1, 2)$

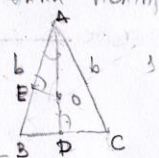
2) Решить неравенства:
 I) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \leq \frac{x^2-2}{x^2+x}$
 $\frac{x+1+x}{x(x+1)} - \frac{x^2-2}{x^2+x} \leq 0$
 $\frac{-x^2+2x+3}{x(x+1)} \leq 0$
 $\frac{x^2-2x-3}{x(x+1)} \geq 0$
 $\frac{x^2-3x+x-3}{x(x+1)} \geq 0$
 $\frac{x(x+1)-3(x+1)}{x(x+1)} \geq 0$
 $\frac{(x+1)(x-3)}{x(x+1)} \geq 0$
 $\frac{x-3}{x} \geq 0$
 $x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$
 $x < 0$
 $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup [3, +\infty)$

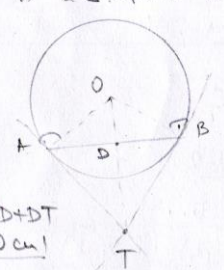
II) $\frac{x}{x+3} - \frac{x-3}{2x} \geq \frac{9-x}{x^2-3x}$
 $\frac{2x^2 - (x^2-9) - (x-3)(x+3)}{2x(x+3)} \geq 0$
 $\frac{x^2+9-9+x}{2x(x+3)} \geq 0$
 $\frac{x^2+x}{2x(x+3)} \geq 0$
 $\frac{x(x+1)}{x^2(x+3)} \geq 0$
 $\frac{x+1}{x(x+3)} \geq 0$

 $x \in (-\infty, -3) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$

1) Решить неравенства:
 $|2x-7-x| = 4-7x$
 $|7-x| = \begin{cases} 7-x, & x \leq 7 \\ x-7, & x > 7 \end{cases}$
 I) $x \leq 7$: $2(7-x) = 4-7x \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$
 II) $x > 7$: $2(x-7) = 4-7x \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$

$|3x+5| = 10-2x$
 $|3x+5| = \begin{cases} 3x+5, & x \geq -\frac{5}{3} \\ -3x-5, & x < -\frac{5}{3} \end{cases}$
 I) $x \geq -\frac{5}{3}$: $3x+5 = 10-2x \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$
 II) $x < -\frac{5}{3}$: $-3x-5 = 10-2x \Rightarrow -x = 15 \Rightarrow x = -15$

4) У треугольника ABC конструируем с вершины BE и CF на симметрию угла у точки A. Если $AB = 8$ см и $AC = 12$ см, $AF = 9$ см, изобразить длину AE.

 $\triangle AEB \sim \triangle AFC$ (прямоугольные с общим острым углом)
 $\angle CAF = \angle BAE$ (симметрия), $\angle ACF = 90^\circ - \angle CAF = 90^\circ - \angle BAE = \angle ABE$, т.е.:
 $\frac{BE}{FC} = \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{9} = \frac{8}{12}$
 $\therefore AE = 6$ см

1) Край равнобедренного треугольника 12 см, а высота до его вершины. Основание 12 см. Найти радиус описанной окружности.

 $\triangle ADB \sim \triangle AEO$ (звездочкой острый угол)
 $\frac{EO}{OD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AO}{AB} \Rightarrow \frac{R}{8} = \frac{R}{12} \Rightarrow R = 9$ см

3) Точка PAB - крота $K(0, 6)$ км. Определить длину тангентных дуг AT и BT, где T - точка пересечения тангентных точек A и B крота K.

 $\triangle OBT$ - прямоугольный
 $AD = DB = \frac{AB}{2} = 4,8$ см - высота
 $OB = 6$ см - радиус
 $OD^2 = OB^2 - DB^2 = 6^2 - 4,8^2$
 $OD^2 = (6-4,8)(6+4,8) = 1,2 \cdot 10,8$
 $OD = \sqrt{1,2 \cdot 10,8} = 3,6$ см
 $DB^2 = OD \cdot DT$
 $DT = \frac{4,8^2}{3,6} = \frac{4,8 \cdot 4,8}{3,6} = 6,4$ см
 $OT = OD + DT = 3,6 + 6,4 = 10$ см
 $BT^2 = OT^2 - OB^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
 $BT = 8$ см