АКСИОМЕ ПРИПАДАЊА

Аксиома 1

Свака права садржи најмање две различите тачке. Постоје три неколинеарне тачке.

Аксиома 2

Сваке две различите тачке одређују једну праву.

Аксиома 3

Сваке три неколинеарне тачке одређују једну раван.

Аксиома 4

Свака раван садржи најмање три неколинеарне тачке
Постоје четири некомпланарне тачке

Аксиома 5

Свака права, која са неком равни има заједничке две различите тачке, припада тој равни.

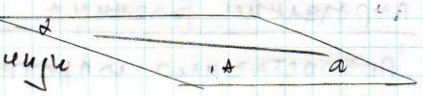
Аксиома 6

Ако две различите равни имају једну заједничку тачку онда оне имају тачно једну заједничку праву.

АКСИОМА ПАРАЛЕЛНОСТИ За сваку праву a и сваку тачку A постоји тачно једна права која садржи тачку A и паралелна је правој a.

Теорема права a је паралелна равни α акко у равни α постоји права паралелна правој a.

① Доказати да права a и тачка A ван те праве одређују једну раван

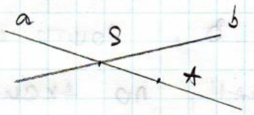


Треба доказати да постоји раван α чији су подскупови права a и тачка A и да је таква раван јединствена.

Егзистенција: на основу аксиоме 1 на правој a постоје две различите тачке B и C, па су A, B и C три неколинеарне тачке и по аксиоми 3, образују раван α. Пошто тачке B и C припадају и равни α и правој a онда по аксиоми 5, права $a \subset \alpha$. Пошто и тачка $A \in \alpha$, постојање равни α је доказано.

Јединственост: претпоставимо да раван α није јединствена тј. да постоји још једна раван β таква да: $a \subset \beta$ и $A \in \beta$. Пошто $a \subset \alpha$ и $A \in \alpha$, по аксиоми 3 мора бити да је $\alpha = \beta$.

② Доказати да две праве које се секу одређују једну раван.



Нека се праве a и b секу у тачки S. На правој a постоји тачка A различита од S (по аксиоми 1). Посматрајући праву b и тачку A ван праве b, доказ вршимо као у задатку 1.

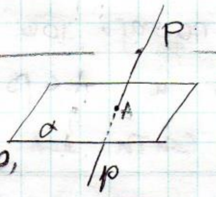
③ Две различите праве имају највише једну заједничку тачку. Доказати.

Претпоставимо супротно тј. да праве a и b имају две заједничке тачке A и B. Како тачке $A, B \in a$ и исто тако $A, B \in b$, по аксиоми 1 мора да је права $a = b$, што је ↯ са претпоставком.

(4) Нека су a и b праве које припадају различитим паралелним равнима. Доказати да је $a \cap b = \emptyset$.

Претпоставимо супротно тј. нека је $a \cap b \neq \emptyset$ и нека је тачка $\{S\} = a \cap b$ и нека по услову задатка $a \subset \alpha$, $b \subset \beta$. Тада би $S \in a \subset \alpha$ и $S \in b \subset \beta$ тј. тачка S би припадала и равни α и равни β ($S \in \alpha$ и $S \in \beta$). По аксиоми 6, постојала би права која је заједничка за равни α и β, односно да нису паралелне. што је контрадикција условима задатка.

(5) Дате су раван α и тачка P ван те равни. Доказати да права p која садржи тачку P не може имати са равни α више од једне заједничке тачке.



Нека права P садржи тачку P која не припада равни α. Претпоставимо супротно, да права p са равни α има две заједничке тачке A и B. Пошто су две тачке заједничке за праву и раван, по аксиоми 5, та права p припада равни α, па и тачка $P \in \alpha$ што је $\perp$ услову задатка.