

ПРАВА И ПАРАБОЛА - ОБРАДА

Циљ лекције је усвајање математичке фелације која омогућава да нека права буде тангента параболе.

Нека је дата права $y=kx+n$ и параболола $y^2=2px$.
Решимо систем ове две јне заменом линеарне јне у јну другог реда:

$$(kx+n)^2=2px$$

(квацирамо бичом)

$$k^2x^2+2knx+n^2-2px=0$$

(формирамо квадратну јну)

$$k^2x^2+2(kn-p)x+n^2=0$$

Од природе решења ове јне зависи положај праве према параболу. Зато испитијемо знак дискриминанте

$$D=4(kn-p)^2-4k^2n^2=4(k^2n^2-2knr+p^2-k^2n^2)=4p(p-2kn)$$

Како је $p>0$, знак дискриминанте зависи од израза

у заградаи: $p-2kn>0$ - параболола и права имају 2 заједн

$p-2kn<0$ - параболола и права немају 3 тачке

$p-2kn=0$ - параболола и права имају 1 тачку

Дакле, $p=2kn$ услов доира праве и парабололе

1) одредити могући положај праве и парабололе.

a) $l: x+y-3=0$; $P: y^2=4x$ (задаци за самостални рад)

b) $l: 3x-4y+12=0$; $P: y^2=9x$

b) $l: 5x-2y+6=0$; $P: y^2=6x$

Сведемо праву на експлицитни облик и израчунамо p из P

l: $2y=3x+6 \Rightarrow y=\frac{3}{2}x+3 \Rightarrow k=\frac{3}{2}, n=3$ и $p=3$

$p-2kn=3-2\cdot\frac{3}{2}\cdot 3=3-9=-6<0 \Rightarrow l \cap P = \emptyset$

2) За које вредности параметра n , права $l: y=nx+2$

a) иде, б) доира, в) нема заједничких тачака са

параболом $P: y^2=4x$

$p=2 \wedge D=p-2kn$. Из $y=nx+2$ је $n=2 \wedge k=n$, па је

$D=2-4n=2(1-2n)$

+++++ - - - D

б) $n \in (\frac{1}{2}, +\infty)$; в) $n=\frac{1}{2}$ а) $n \in (-\infty, \frac{1}{2})$ $\frac{1}{2}$