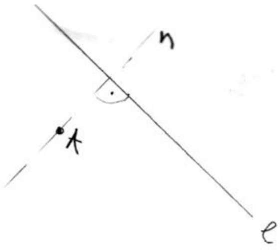
1. Одредити једначину праве која садржи тачку A(7, -4) и паралелна је правој $\ell: 9x + 7y - 25 = 0$.
2. Одреди дужину висине из темена B троугла чија су темена A(3, 6), B(-1, 3), C(5, 4).
3. У једначини праве $\lambda x + (\lambda + 3)y - C = 0$ одредити $\lambda, C\epsilon R$ тако да права садржи тачку
   A(5, 2) и са координатним осама гради троугао површине 20.

4. Дате су једначине двеју страница ромба x – 3y -20 = 0, 3x – y + 4 = 0 и пресечна тачка дијагонала O(3, -1). Одреди једначину других двеју страница.

1. Одредити једначину праве која садржи тачку A(-1, -2) и нормална је на праву $\ell: x + y - 3 = 0$.
2. Одреди дужину висине из темена A троугла чија су темена A(3, 6), B(-1, 3), C(5, 4).
3. У једначини праве kx + (k + 1)y – p = 0 одредити k,pеR тако да права садржи тачку M(2, 1) и са координатним осама гради троугао површине 4.

4. Дате су једначине двеју страница паралелограма 3x - 2y + 12 = 0 и x - 3y + 11 = 0 и тачка пресека његових дијагонала O(2, 2). Одреди једначине других двеју страница

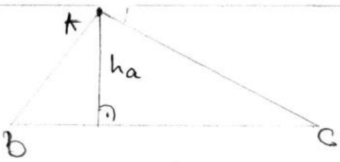
ПРВА ГРУПА



(1) Дате су тачка $A(-1,-2)$ и $l: x+y-3=0$. Пошто је $n \perp l$ важи услов нормалности, па је $k_n \cdot k_l = -1$

$k_l=-1$. Дакле, $k_n=1$ и $A \in n$, па се користи образац за једначину праве кроз 1 тачку:

$y-y_A=k_n(x-x_A)$; $y+2=x+1$ тј $\boxed{x-y-1=0 : n}$.



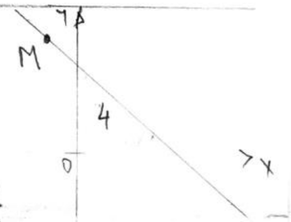
(2) $A(3,6)$ $B(-1,3)$ $C(5,4)$

Да би одредили дужину висине, један од начина је да се користи растојање тачке од праве.

Зато ћемо написати јну праве BC:

$y-y_B=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}(x-x_B)$; $y-3=\frac{1}{6}(x+1) / \cdot 6$; $\boxed{x-6y+19=0 : BC}$

Сада је $d(A,BC)=h_a=\left|\frac{3-6\cdot 6+19}{-\sqrt{1+36}}\right|=\left|\frac{-14}{-\sqrt{37}}\right|=\frac{14\sqrt{37}}{37}$.



(3) $kx+(k+1)y-p=0 : l$; $M(2,1)$; $P=4$

Пошто је дата површина троугла коју права образује са координатним осама, користићемо сегментни облик јне праве (l)

$kx+(k+1)y=p$; $\frac{x}{\frac{p}{k}}+\frac{y}{\frac{p}{k+1}}=1$ па је: $m=\frac{p}{k}$, $n=\frac{p}{k+1}$

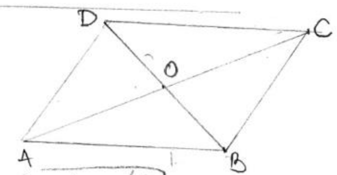
$P=\frac{1}{2}m\cdot n$; $8=\frac{p}{k}\cdot\frac{p}{k+1}$.

Дакле, $p^2=8k(k+1)$ ....(1)

Тачка $M\in l$: $2k+k+1-p=0$ тј. $p=3k+1$ ...(2)

Из (1) и (2): $(3k+1)^2=8k(k+1)$; а након краћег сређивања се добија: $k^2-2k+1=0$; $(k-1)^2=0$ тј. $\underline{k=1}$, а $\underline{p=4}$.

Тако је тражена права: $x+2y-4=0$.



(4) Нека је: $AB: 3x-2y+12=0$ $\quad O(2,2)$

$AD: x-3y+11=0 \,/\cdot(-3)$

$7y=21$; $y=3$

$x=-2$ $\quad \boxed{A(-2,3)}$

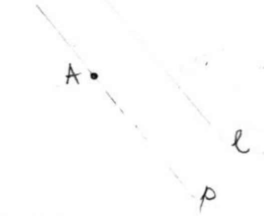
O-средиште дужи AC, па је: $x_C=2x_O-x_A=6$

$y_C=2y_O-y_A=3$ $\quad \boxed{C(6,3)}$

$C\in BC \wedge BC \parallel AD$: $k_{BC}=k_{AD}=\frac{1}{3}$, па је: $y-3=\frac{1}{3}(x-6)$ тј. $\boxed{BC: x-3y+3=0}$

$C\in CD \wedge CD \parallel AB$: $k_{CD}=k_{AB}=\frac{3}{2}$, па је: $y-3=\frac{3}{2}(x-6)$ тј. $\boxed{CD: 3x-2y-12=0}$

ДРУГА ГРУПА

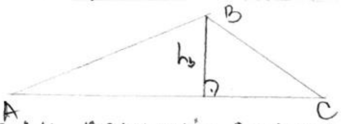


(1) Дата је тачка $A(7,-4)$ и права $l: 9x+7y-25=0$

$p \parallel l$, па је $k_p = k_l = -\frac{9}{7}$. Сада се користи образац за једначину праве кроз једну тачку и биће:

$$y+4=-\frac{9}{7}(x-7) \quad \text{тј} \quad \boxed{9x+7y-35=0 : p} \ . \ \square$$

(2) $A(3,6)$ $B(-1,3)$ $C(5,4)$



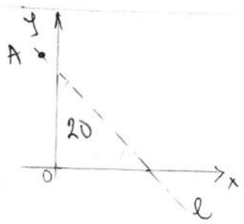
Као и у првој групи, тако ћемо и овде користити растојање тачке од праве, мада је задатак могао да се реши и тако што се одреди подножје висине као пресек висине и странице, па растојање између две тачке тај начин дуже траје.

Напишимо ј-ну странице AC: $y-y_C=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}(x-x_C)$; $y-4=\frac{2}{-2}(x-5)$;

$y-4=-x+5$ тј $\boxed{x+y-9=0 : AC}$

Сада је $d(B,AC)=h_b=\left|\frac{-1+3-9}{\sqrt{1+1}}\right|=\left|\frac{-7}{\sqrt{2}}\right|=\frac{7\sqrt{2}}{2}$. $\square$

(3) $\lambda x+(\lambda+3)y-C=0 : l \wedge A(5,2) \wedge P=20$



Користићемо сегментни облик ј-не праве јер је дата површина троугла који та права образује са координатним осама.

$\lambda x+(\lambda+3)y=C \ /:C$; $\frac{x}{\frac{C}{\lambda}}+\frac{y}{\frac{C}{\lambda+3}}=1$ тј. $m=\frac{C}{\lambda}$, $n=\frac{C}{\lambda+3}$

Како је $P=\frac{m\cdot n}{2}$, биће: $40=\frac{C^2}{\lambda(\lambda+3)}$; $40\cdot\lambda\cdot(\lambda+3)=C^2 \ldots (1)$

Тачка $A(5,2)\in l$: $5\lambda+2(\lambda+3)=C$; $C=7\lambda+6 \ldots (2)$

Из (1) и (2) је $40\lambda(\lambda+3)=(7\lambda+6)^2$, $40\lambda^2+120\lambda=49\lambda^2+84\lambda+36$

Треба решити квадратну ј-ну: $9\lambda^2-36\lambda+36=0 \ /:9$ тј.

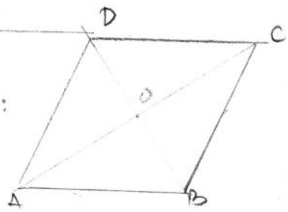
$\lambda^2-4\lambda+4=0 \Rightarrow (\lambda-2)^2=0$ тј $\boxed{\lambda=2}$; $C=20$

Тражена права има ј-ну: $\boxed{2x+5y-20=0}$. $\square$

(4) $AB: x-3y-20=0$ | $AD: 3x-y+4=0 \ /\cdot(-3)$

$-8x=32$ $y=-8$

$x=-4$ $\boxed{A(-4,-8)}$



Тачка $O(3,-1)$ је средиште дужи AC, па је:

$x_C=2x_O-x_A=6+4=10$

$y_C=2y_O-y_A=-2+8=6$

$\boxed{C(10,6)}$

$BC \parallel AD \wedge C\in BC$: $k_{BC}=k_{AD}=3$ $y-6=3(x-10)$ $\boxed{BC: 3x-y-24=0}$

$CD \parallel AB \wedge C\in CD$: $k_{CD}=k_{AB}=\frac{1}{3}$ $y-6=\frac{1}{3}(x-10)$ $\boxed{CD: x-3y+8=0}$