

Stepenovanje

1. Izračunati vrednost izraza

$$(a) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^5$$

$$(b) (-2)^2 - (-2)^3 - (-2)^4 - (-2)^5$$

$$(c) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$(d) -2^3 + (-2)^3 - 3 \cdot 2^3$$

$$(e) -3^2 - (-3)^2 + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^2}$$

$$(f) -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \frac{2}{3^3} - 1$$

$$(g) -3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{(-2)^4} + \frac{5}{-2^3}$$

$$(h) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \frac{1}{-3^2} + \frac{1}{(-3)^2}$$

rešenje: (a) $\frac{5}{32}$ (b) 28 (c) $\frac{28}{27}$ (d) -40 (e) $-\frac{145}{8}$ (f) $-\frac{175}{108}$ (g) $-\frac{171}{16}$ (h) $\frac{26}{27}$

2. Izračunati vrednost izraza

$$(a) 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-1}$$

$$(b) 3^{-1} - \frac{1}{3^{-1}} + \frac{2}{5^0}$$

$$(c) 4^{-1} - \frac{1}{2^{-2}} + 5 \cdot \frac{1}{2^2} - 2$$

$$(d) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{2^{-3}}$$

$$(e) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \frac{1}{2^{-1}} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

$$(f) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^0$$

$$(g) \left(-\frac{2}{3}\right)^0 + \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$$

$$(h) \frac{1}{2^{-2}} - \frac{3}{2^{-3}} + 5 \cdot \frac{1}{2^{-1}} - 1$$

$$(i) \frac{2}{3^{-1}} + \frac{1}{3^{-2}} - \frac{4}{3^0}$$

rešenje: (a) $\frac{7}{8}$ (b) $-\frac{2}{3}$ (c) $-\frac{9}{2}$ (d) -10 (e) $\frac{19}{12}$ (f) -5 (g) $-\frac{13}{8}$ (h) -11 (i) 11

3. Izračunati vrednost izraza

(a) $\left(\left(\frac{5}{2}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right)^{-1}$

(b) $\frac{(2^{-2} - (\frac{1}{2})^{-1})^{-1}}{3 - (\frac{2}{3})^{-3}}$

(c) $\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{-1}$

(d) $\frac{1^{-1} - 2^{-2}}{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$

(e) $\frac{2^{-2} + 5^0}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$

(f) $\frac{(0.6)^0 - (0.1)^{-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \left(\frac{3}{2}\right)^3 \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$

rešenje: (a) $\frac{6}{5}$ (b) $\frac{32}{21}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) -2 (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\left(\frac{1}{3}\right)$

4. Izračunati vrednost izraza

(a) $2^{25} (2^{-4})^{-6} : (2^4)^{12}$

(b) $(3^{-3})^3 (3^{-3})^{-3} 3$

(c) $\frac{5^6 \cdot 3^7}{5^5 \cdot 3^6}$

(d) $\frac{25^2 \cdot 3^4}{5^4 \cdot 9^2}$

(e) $\frac{4}{2^9 2^{-6}}$

(f) $\frac{81}{3^{10} (-3)^{-6}}$

(g) $\frac{125 : 25}{(-5)^{-3}}$

(h) $\frac{(2^{-3} : 2^{-2}) \cdot 16^8}{4^{14}}$

rešenje: (a) 2 (b) 3 (c) 15 (d) 1 (e) $\frac{1}{2}$ (f) 1 (g) -625 (h) 8

5. Uprostiti izraz

(a) $(m^{-2})^3 \cdot (m^3)^{-2} : (m^{-4})^2$

(b) $(a^{-3})^{-2} \cdot (a^5)^{-1} : (a^4)^{-5}$

(c) $(a^{-3})^4 \cdot (a^2)^{-3} : (a^4)^{-5}$

rešenje:

(a) $\frac{1}{m^4}$, (b) a^{21} , (c) a^2

6. Uprostiti izraz

(a) $\frac{2a^2}{5b^{-2}} : \frac{10a^{-3}}{6b^{-1}}$

(b) $\frac{2a^2}{5b^{-2}} \cdot \frac{10a^{-3}b^{-1}}{6}$

(c) $\frac{3a^{-3}}{2b^{-2}} : \frac{9(a^{-1})^2}{4b}$

rešenje:

(a) $\frac{6a^5b}{25}$, (b) $\frac{2b}{3a}$, (c) $\frac{2b^3}{3a}$

7. Uprostiti izraz

(a) $\left(\frac{3x^{-3}}{5xy^{-2}}\right)^{-3} : \left(\frac{10x^2y^{-1}}{9x^{-4}}\right)^2 \cdot \frac{4y^6}{15}$

(b) $\left(\frac{a^{-2}}{x^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^2b^{-2}}{x^{-1}}\right)^{-3}$

(c) $\left(\left(\frac{2x^{-2}}{3y^{-1}}\right)^{-2} : \left(\frac{4x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-3}\right) \cdot \frac{x^{-3}y}{6}$

rešenje:

$$(a) y^2, (b) \frac{b^6 x^3}{a^2}, (c) \frac{8 y^5}{9 x^2}$$

8. Uprostiti izraz

$$(a) \left(-\frac{5}{7}\right)^{11} \cdot \left(\frac{14}{25}\right)^{11} \cdot \left(2\frac{1}{2}\right)^{11} \quad (b) \left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(1\frac{1}{3}\right)^7 : 2^7$$

rešenje: (a) -1, (b) 1

9. Uprostiti izraz

$$(a) (x^4 : x^2)^3 - x \cdot x^5 + (x \cdot x^2)^2 - 2x^8 : x^2$$

$$(b) 3(x^{-2})^{-3} : x^4 - 2x : x^{-1} - 2x^4(-x^{-1})^2$$

$$(c) 0.5^{-2}(x^{-3})^{-2}x^{-3} + 3\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}x : x^{-2}$$

$$(d) (x^3)^{-3} \cdot (x^5)^2 \cdot x - (3x^2)^2 : x^{-2} + 2x^6 : x^4 + 7(x^2)^3$$

rešenje:

$$(a) -x^6, (b) -x^2, (c) 2x^3, (d) 3x^2 - 2x^6$$

10. Uprostiti izraz

$$(a) (x+y)^{-1}(x^{-1}+y^{-1}), \quad x, y \neq 0,$$

$$(b) (ab^{-1} - a^{-1}b)(a^{-1} - b^{-1})^{-1}, \quad a, b \neq 0$$

$$(c) \left(\frac{b^{-1} + a^{-1}}{ab^{-1} - ba^{-1}}\right)^{-1} + \left(\frac{a^{-1} + b^{-1}}{2}\right)^{-1} - \frac{b^{-1} - a^{-1}}{a^{-1}b^{-1}}, \quad a, b \neq 0$$

$$(d) \left(\left(1 - \left(1 - \frac{b}{a}\right)^{-1}\right)^{-2} - \left(1 - \left(1 - \frac{a}{b}\right)^{-1}\right)^{-2}\right)(a-b)^{-3}(a+b)^{-1}, \quad a, b \neq 0$$

rešenje:

$$(a) \frac{1}{xy}, (b) -a-b, (c) \frac{2ab}{a+b}, (d) \frac{1}{a^2b^2}$$

Korenovanje

11. Uprostiti izraz

$$(a) 3\sqrt{8} - 5\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + \sqrt{200}$$

$$(c) 5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} - 3\sqrt{27}$$

$$(e) 2\sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{-54} + 7\sqrt[3]{-250}$$

$$(b) 5\sqrt{50} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{18}$$

$$(d) \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{-128}$$

$$(f) 2\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81}$$

$$(g) \sqrt{(-1)^2} + \sqrt[3]{(-2)^3} - 3\sqrt[4]{(-2)^4}$$

$$(h) \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt[3]{(-1)^3} - 3\sqrt[4]{\left(-\frac{1}{3}\right)^4}$$

rešenje: (a) $-14\sqrt{2}$, (b) $19\sqrt{2}$, (c) $-7\sqrt{3}$, (d) 0, (e) $-22\sqrt[3]{2}$, (f) $\sqrt[3]{3} - 3\sqrt{3}$
 (g) -7 , (h) $-\frac{3}{2}$

12. Uprostiti izraz

$$(a) \sqrt{\frac{5}{7}} \sqrt{\frac{40}{3}} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{3}{5}}$$

$$(b) (\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 2\sqrt{5})(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$$

$$(c) \sqrt[3]{1 + \frac{1}{3}} \sqrt[3]{1 - \frac{1}{5}} \sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{9}\right)}$$

$$(d) (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

rešenje: (a) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$, (b) 10, (c) $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$, (d) $\sqrt{6}$

13. Uprostiti izraz

$$(a) (2 + \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2})(3\sqrt{2} - 1)$$

$$(b) (2 - \sqrt{3})(2\sqrt{3} - 1) - 2\sqrt{3}$$

rešenje: (a) $9 - 5\sqrt{2}$, (b) $-8 + 3\sqrt{3}$

14. Uprostiti izraz

$$(a) \sqrt{200} : \sqrt{8} - 3\sqrt{125} : \sqrt{5}$$

$$(b) \sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{250} : \sqrt[3]{-2}$$

$$(c) 12\sqrt{24} : (6\sqrt{2}) - 3\sqrt{24} \sqrt{2}$$

$$(d) 8\sqrt[5]{6} : (4\sqrt[5]{2}) - 6\sqrt[5]{15} : (2\sqrt[5]{5})$$

rešenje: (a) -10 , (b) -2 , (c) $-8\sqrt{3}$, (d) $-\sqrt[5]{3}$

15. Izračunati

$$(a) \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$$

$$(b) \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

rešenje: (a) $2\sqrt{2}$, (b) 2

16. Izračunati

$$(a) \left(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \right)^2$$

$$(b) \left(\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{11 + 4\sqrt{7}} \right)^2$$

rešenje: (a) 4, (b) 28

17. Uprostiti izraz

$$(a) \sqrt{\sqrt[3]{x}} + 2\sqrt[3]{\sqrt{x}}, x > 0$$

$$(b) \sqrt{\sqrt[6]{a}} - 4\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} + 7\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}, a > 0$$

rešenje: (a) $3\sqrt[6]{x}$, (b) $4\sqrt[12]{a}$

18. Izračunati

$$(a) 2 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$$

$$(b) 5^{-1} \cdot 25^{\frac{1}{2}}$$

$$(c) \left(\frac{25}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-1}$$

$$(d) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 625^{\frac{1}{4}}$$

$$(e) 8^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 125^{\frac{1}{3}}$$

$$(f) \left(\left(2^{-1} : \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \right) \cdot 8 \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(g) \left(\left(\frac{3}{16} : \left(8 + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{4}} - 1 \right)^{-4} \quad (h) \left(\left(1 + \frac{9}{16} \right)^{-\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{16}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1}$$

$$(i) \left(\left(\frac{4}{5} : \left(1 - \frac{4}{9} \right) \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right)^{-1} \left(\sqrt{\left(1 - \frac{11}{5} \right)^2} - \sqrt[3]{(-1)^3} \right)$$

rešenje: (a) 18, (b) 1, (c) $\frac{49}{10}$, (d) 9, (e) -16, (f) $\frac{1}{2}$, (g) 1, (h) $-\frac{15}{13}$, (i) 1

19. Racionalisati imenioce razlomaka

$$(a) \frac{6}{\sqrt{3}} \quad (b) \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \quad (c) \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \quad (d) \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

rešenje: (a) $2\sqrt{3}$, (b) $2 - \sqrt{3}$, (c) $\sqrt{2} + 1$, (d) $\sqrt{6}$

20. Izračunati

$$(a) \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} \quad (b) \frac{2}{\sqrt{3} - 2} - \frac{2}{\sqrt{3} + 2}$$

$$(c) \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} + 3} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + 3} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \right)^{-1}$$

$$(d) \left(\frac{\sqrt{7} + 3}{3 - \sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7} - 3}{3 + \sqrt{7}} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (e) \frac{1 - 5^{-\frac{1}{2}}}{1 + 5^{\frac{1}{2}}} - \frac{5^{\frac{1}{2}} - 5^{-\frac{1}{2}}}{4}$$

rešenje: (a) 14, (b) -8 (c) 1, (d) $\frac{1}{2}$, (e) $\frac{\sqrt{5}-5}{10}$

21. Uprostiti izraze

$$(a) \sqrt{6 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{5}}}$$

$$(b) \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$$

rešenje:

$$(a) \sqrt{6 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{(3 + \sqrt{3 + \sqrt{5}})(3 - \sqrt{3 + \sqrt{5}})} = \sqrt{6 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{9 - (3 + \sqrt{5})} =$$

$$\sqrt{6 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - \sqrt{5}} = \sqrt{(6 + \sqrt{5})(6 - \sqrt{5})} = \sqrt{36 - 5} = \sqrt{31}$$

(b) 1

22. Uprostiti izraz

$$(a) 2x\sqrt{x} + 3\sqrt{x^3} - \frac{2x^2\sqrt{x}}{x}, x > 0 \quad (b) 4\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}\sqrt[3]{x^4} + \frac{5}{x^2}\sqrt[3]{x^7}, x > 0$$

$$(c) 2x\sqrt{x\sqrt{x}} - x^4\sqrt{x^3}, x > 0 \quad (d) 3x\sqrt{x\sqrt[3]{x}} - 5x\sqrt[6]{x^4} + 7x\sqrt[3]{x^2}, x > 0$$

rešenje:

$$(a) 3x\sqrt{x} \quad (b) 7\sqrt[3]{x} \quad (c) x^4\sqrt{x^3} \quad (d) 5x\sqrt[3]{x^2}$$

23. Uprostiti izraz

$$(a) \left(\frac{1}{a - \sqrt{b}} + \frac{1}{a + \sqrt{b}} \right) : \sqrt{a}, \quad (b > 0, a \neq \pm \sqrt{b})$$

$$(b) \left(\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a-b}} \right) : \sqrt{a}, \quad (a > 0, a \geq b)$$

$$(c) (\sqrt{1-x^2} + 1) : \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right), \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$(d) \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right) (\sqrt{x^2+1} - x)$$

$$(e) \left(\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} + \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} \right) \frac{1}{\sqrt{1-a^2}}, \quad (-1 < a < 1)$$

rešenje: (a) 2 (b) $\frac{2}{b}$ (c) $\sqrt{1+x}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$$(e) \left(\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} + \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} \right) \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} = \left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}} + \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}} \right) \frac{1}{\sqrt{1-a} \sqrt{1+a}} =$$

$$\frac{1+a+1-a}{\sqrt{1-a} \sqrt{1+a}} \frac{1}{\sqrt{1-a} \sqrt{1+a}} = \frac{2}{(1-a)(1+a)} = \frac{2}{1-a^2}$$

24. Uprostiti izraz

$$\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b} \right)^2, \quad (a, b > 0, a \neq b)$$

rešenje:

$$\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{a}\sqrt{b} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \right)^2 =$$

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - \sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \left(\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)^2 =$$

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} =$$

$$\frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - b(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(a-b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} =$$

$$\frac{a-b}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{a-b}{a-b} = 1$$

25. Uprostiti izraz

$$(a) \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{a} + \sqrt{x}} + \left(\frac{a\sqrt{a} + x\sqrt{x}}{\sqrt{a} + \sqrt{x}} - \sqrt{ax} \right) : (a-x), \quad (a > 0, x > 0, a \neq x)$$

$$(b) \left(\frac{\sqrt{a} + b^{\frac{1}{2}}}{2 a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \cdot a - \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + \sqrt{b}}{2 a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \cdot b - 2 a \sqrt{b}, (a, b > 0, a \neq b)$$

$$(c) \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}, (a, b > 0, a \neq b)$$

rešenje: (a) 1, (b) $-2\sqrt{a}b$ (c) $2\sqrt{a}$