

KLASIČNA DEFINICIJA VEROVATNOĆE

Definicija: Verovatnoća događaja A , u oznaci $P(A)$ jednaka je:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

gde je:

n -broj svih mogućih elementarnih događaja za događaj A ,

m - broj svih povoljnih elementarnih događaja za događaj A

1. Bacamo dinar uvis. Kolika je verovatnoća da će se na gornjoj strani dinara pojaviti „grb“?
2. Bacamo uvis kocku, na čijim su stranama naznačene od jedne do šest tačaka. Kolika je verovatnoća da će se na gornjoj strani kocke pojaviti paran broj tačaka?
3. Bacaju se istovremeno tri dinara. Odrediti verovatnoću događaja da se pojave:
 - (a) Dva grba i jedno pismo,
 - (b) Bar dva grba,
 - (c) Bar jedan grb
4. Bačene su dve kocke. Kolika je verovatnoća da one pokažu
 - (a) Zbir koji nije veći od 5,
 - (b) Zbir koji nije manji od 8?
5. Jedna kuglica je izvučena iz kutije koja sadrži 8 crvenih, 4 bele i 6 plavih kuglica. Odrediti verovatnoću da je izvučena kuglica crvena kuglica.
6. Iz špila od 52 karte izvlače se odjednom četiri karte. Odrediti verovatnoću da će izvučene karte biti različite boje.
7. U jednoj seriji od 10 jednakih sijalica nalazi se jedna neispravna. Nasumice se iz serije biraju tri sijalice. Kolika je verovatnoća da nisu sve tri izabrane sijalice ispravne?

VEROVATNOĆA UNIJE DOGAĐAJA

Definicija: Presekom događaja A_1 i A_2 naziva se događaj A koji se realizuje samo u slučaju kada se realizuju oba događaja A_1 i A_2 istovremeno. Oznaka $A = A_1 \cap A_2$

Definicija: Unijom događaja A_1 i A_2 naziva se događaj A koji se realizuje u slučaju kada se realizuje bar jedan od događaja A_1 ili A_2 . Oznaka $A = A_1 \cup A_2$

Teorema: Verovatnoća unije događaja A_1 i A_2 jednaka je $P(A) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$

1. Kolika je verovatnoća da se iz špila od 32 karte izvuče dama ili karta pik? (rešenje: 34,375%)
2. Eksperiment se sastoji iz bacanja dva dinara. Kolika je verovatnoća da se pojave jednake strane ili najviše jedan grb? (rešenje: 100%)
3. Kolika je verovatnoća da će se pri istovremenom bacanju dve kocke pojaviti zbir deljiv sa 3 ili sa 4? (rešenje: 55,56%)
4. Kolika je verovatnoća da se iz špila od 32 karte izvuče kec ili kralj? (rešenje: 25%)
5. Kolika je verovatnoća da dve bačene kocke neće pokazati brojeve čiji je zbir deljiv sa 2 ili sa 3? (rešenje: 33,33%)

USLOVNA VEROVATNOĆA

Uslovna verovatnoća događaja B , pod uslovom da se realizovao događaj A , definisana je pomoću jednakosti

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

uz pretpostavku da je $P(A) \neq 0$

1. Eksperiment se sastoji iz bacanja dve kocke. Ako su kocke pokazale brojeve čiji je zbir 10, kolika je verovatnoća da na jednoj od njih bude broj 6? (rešenje: 66,67%)
2. Iz kutije koja sadrži 18 belih i 12 crvenih kuglica izvučeno je 6 kuglica. Pod pretpostavkom da su sve izvučene kuglice iste boje, koja je verovatnoća da su sve crvene? (rešenje: $924/19488=4,7\%$)
3. Iz špila od 32 karte izvučene su dve karte jedna za drugom. Kolika je verovatnoća da, ako je prva izvučena karta kralj, bude i druga izvučena karta takođe kralj? (rešenje: $3/31=9,68\%$)
4. Iz skupa $S = \{1,2,3, \dots, 19,20\}$ slučajno je izabran jedan broj. Odrediti verovatnoću da je izabran paran broj, ako je poznato da je izabrani broj deljiva sa 3. (rešenje: 50%)
5. Eksperiment se sastoji iz bacanja tri kocke. Kolika je verovatnoća da bar na jednoj kocki padne jedinica, a ko se zna da su na sve tri kocke pali različiti brojevi? (rešenje: 50%)

ZADACI ZA VEŽBANJE

- Bacaju se dve kocke za igru. Izračunati verovatnoće događaja:
 - Zbir palih brojeva biće deljiv sa 2
 - Zbir palih brojeva biće deljiv sa 3
 - Zbir palih brojeva biće deljiv sa 4

Rešenje: (a) 50%, (b) 33,33%, (c) 25%

- Svako od slova A,I,K,M,N,O je zapisano na jedan listić papira i listići se nasumice ređaju u niz. Izračunati verovatnoću da će se na ovaj način formirati reč KAMION.

Rešenje: $P(A) = \frac{1}{720} = 0.0014 = 0.14\%$

- Na osam listića papira su napisani brojevi 2,4,6,7,8,11,12,13 i na slučajan način se biraju dva listića. Izračunati verovatnoću da će zbir brojeva sa odabranih listića biti veći od 15.

Rešenje: $P(A) = \frac{14}{28} = 0.5 = 50\%$

- Kockica za igru se baca 3 puta. Izračunati verovatnoću događaja:
 - Jedinica će pasti bar na jednoj kockici
 - U sva tri bacanja će pasti različiti brojevi

Rešenje: (a) $P(A) = 1 - \frac{5^3}{216} = 0.4213 = 42,13\%$, (b) $P(A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{216} = 0.5556 = 55,56\%$

- Iz špila od 52 karte nasumice se izvlače 3 karte. Izračunati verovatnoće sledećih događaja:
 - Izvući će se trojka, sedmica i kec
 - Izvući će se tačno jedan kec

Rešenje: (a) $P(A) = \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{52}{3}} = 0.0029 = 0.29\%$, (b) $P(A) = \frac{\binom{4}{1}\binom{48}{2}}{\binom{52}{3}} = 0.2042 = 20.42\%$

- U posudi se nalazi 9 belih, 8 crvenih i 7 žutih kuglica. Izvlači se 8 kuglica odjednom. Izračunati verovatnoću da će biti izvučene 2 bele, 4 crvene i 2 žute kuglice.

Rešenje: $P(A) = \frac{\binom{9}{2}\binom{8}{4}\binom{7}{2}}{\binom{24}{8}} = 0.072 = 7.2\%$

- U kutiji se nalazi 80 cedulja. Na ceduljama su ispisani brojevi od 1 do 60. Odrediti verovatnoću da ćemo izvući cedulju na kojoj je broj koji je manji od 45 ili broj koji je deljiv sa 3.

Rešenje: $P(A) = 0.6203 = 62.03\%$

- Odrediti verovatnoću da od 32 karte izvučemo ili kralja ili keca.

Rešenje: 25%

9. Kolika je verovatnoća da će se na dvema bačenim kockicama pojaviti zbir 7 ili dva jednaka broja?

Rešenje: 33.33%

10. Iz špila od 32 karte biramo jednu kartu. Kolika je verovatnoća da izabrana karta bude pik ili kralj?

Rešenje: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = 0.34375 = 34.375\%$

11. Dve kocke su bačene. Kolika je verovatnoća da zbir dobijenih brojeva bude 7, ako se zna da je bar jedan od dobijenih brojeva 5.

Rešenje: 16.67%

12. Bačena je kocka. Odrediti verovatnoću da dobijeni broj bude deljiv sa 3, ako je on paran broj.

Rešenje: 33.33%

13. Eksperiment se sastoji u bacanju dve kocke za igru. Ako su kockice pokazale zbir 10, kolika je verovatnoća da na jednoj od njih bude broj 6?

Rešenje: 66.67%

14. Kolika je verovatnoća da će se na kockici, prilikom bacanja, pojaviti paran broj, pod uslovom da je taj broj manji od 4?

Rešenje: 33.33%