① (I група) Требало је одредити координате тачке $M(x,y)$ која је подједнако удаљена од тачака $A(-1,-3)$, $B(-4,6)$, $C(3,-1)$

Због услова у задатку мора да важи: $d(M,A)=d(M,B)=d(M,C)$ тј.
применом обрасца за растојање је:

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2+(y+3)^2}&=\sqrt{(x+4)^2+(y-6)^2}\\ \sqrt{(x+1)^2+(y+3)^2}&=\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}\end{aligned}\right\}\text{ квадрирањем: }\begin{aligned}\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2x+6y+10&=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+8x-12y+52\\ \cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2x+6y+\cancel{10}&=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-6x+2y+\cancel{10}\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}6x-18y+42&=0\\ 8x+4y&=0\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}x-3y+7&=0\\ y&=-2x\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}x+6x+7&=0\\ y&=-2x\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}x&=-1\\ y&=2\end{aligned}\text{ тј. }\boxed{M(-1,2)}$$

(II група) Аналогно претходном задатку биће: $A(-1,7)\ B(3,-1)\ C(6,8)$

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2+(y-7)^2}&=\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}\\ \sqrt{(x+1)^2+(y-7)^2}&=\sqrt{(x-6)^2+(y-8)^2}\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2x-14y+50&=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-6x+2y+10\\ \cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2x-14y+50&=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-12x-16y+100\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}8x-16y+40&=0\\ 14x+2y-50&=0\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}x-2y+5&=0\\ 14x+2y-50&=0\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}15x&=45\\ x-2y+5&=0\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}x&=3\\ y&=4\end{aligned}\text{ тј. }\boxed{M(3,4)}$$

② (I група) а) Пошто је требало одредити тачку N симетричну са A у односу на B, то је тачка B средиште дужи AN тј:

$$\left.\begin{aligned}x_B&=\frac{x_A+x_N}{2}\\ y_B&=\frac{y_A+y_N}{2}\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}5&=\frac{1+x_N}{2}\\ 1&=\frac{4+y_N}{2}\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}1+x_N&=10\\ 4+y_N&=2\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}x_N&=9\\ y_N&=-2\end{aligned}\quad\boxed{N(9,-2)}$$

б) Права је дата у општем облику $-3x+4y-7=0$

експлицитни: $4y=3x+7$, $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$, $k=\frac{3}{4}$, $n=\frac{7}{4}$

сегментни: $-3x+4y=7$, $\frac{x}{-\frac{7}{3}}+\frac{y}{\frac{7}{4}}=1$, $m=-\frac{7}{3}$, $n=\frac{7}{4}$

(II група) а) Овде је тачка A средиште дужи BN тј.

$$\left.\begin{aligned}x_A&=\frac{x_B+x_N}{2}\\ y_A&=\frac{y_B+y_N}{2}\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}1&=\frac{5+x_N}{2}\\ 4&=\frac{1+y_N}{2}\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}5+x_N&=2\\ 1+y_N&=8\end{aligned}\right\}\ \left.\begin{aligned}x_N&=-3\\ y_N&=7\end{aligned}\right\}\ \boxed{N(-3,7)}$$

б) права је: $2x-3y=-1$ сегментни: $\frac{x}{-\frac{1}{2}}+\frac{y}{\frac{1}{3}}=1$; $m=-\frac{1}{2}$, $n=\frac{1}{3}$

експлицитни: $3y=2x+1$; $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$; $k=\frac{2}{3}$

③ Темена троугла $A(2,-4)$ $B(7,6)$ $C(12,1)$

M дели AB у размери 2:3: $x_M=\frac{x_A+\frac{2}{3}x_B}{1+\frac{2}{3}}=\frac{2+\frac{14}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{\frac{20}{3}}{\frac{5}{3}}=4$; $y_M=$

$y_M=\frac{y_A+\frac{2}{3}y_B}{1+\frac{2}{3}}=\frac{-4+4}{\frac{5}{3}}=0$ $M(4,0)$

N дели BC у размери 3:2: $x_N=\frac{7+\frac{3}{2}\cdot 12^{6}}{1+\frac{3}{2}}=\frac{25}{\frac{5}{2}}=10$ $N(10,3)$

$y_N=\frac{6+\frac{3}{2}\cdot 1}{1+\frac{3}{2}}=\frac{\frac{15}{2}}{\frac{5}{2}}=3$

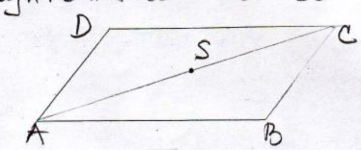
Сада још треба израчунати површине троуглова:

(I група) $P_{\triangle ACM} = \frac{1}{2}|x_A(y_C-y_M)+x_C(y_M-y_A)+x_M(y_A-y_C)| =$

$= \frac{1}{2}|2(1-0)+12(0+4)+4(-4-1)| = \frac{1}{2}|30| = 15$

(II група) $P_{\triangle MNB} = \frac{1}{2}|4(3-6)+10(6-0)+7(0-3)| = \frac{1}{2} \cdot |27| = 13,5.$

4) (I група) Да би одредили координате IV темена требало је искористити особину паралелограма да се дијагонале полове тј. одредим средиште дијагонале AC.



$A(1,1)$, $B(4,0)$ $C(5,3)$

$S\left(\frac{x_A+x_C}{2}, \frac{y_A+y_C}{2}\right) \Rightarrow S(3,2)$

$x_S = \frac{x_B+x_D}{2} \Rightarrow x_D = 2x_S - x_B = 2$ $\quad D(2,4)$ је IV теме

$y_S = \frac{y_B+y_D}{2} \Rightarrow y_D = 2y_S - y_B = 4$

(II група) Задатак је сличан претходном, али је дата пресечна тачка дијагонала:

$x_M = \frac{x_A+x_C}{2} \Rightarrow x_C = 2x_M - x_A = 5$ $\quad C(5,-3)$

$y_M = \frac{y_A+y_C}{2} \Rightarrow y_C = 2y_M - y_A = -3$

$x_M = \frac{x_B+x_D}{2} \Rightarrow x_D = 2x_M - x_B = 1$ $\quad D(1,-5)$

$y_M = \frac{y_B+y_D}{2} \Rightarrow y_D = 2y_M - y_B = -5$