Прва група

1. Упростити израз: $(\frac{3x+2\sqrt{x}}{4-9x}+\frac{x\sqrt{x}}{2+3\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2-3\sqrt{x}})\cdot\frac{2+3\sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}$
2. Средити израз:$7^{-x}(7^x-1)^{-1}-2(7^{2x}-1)^{-1}+7^{-x}(7^x+1)^{-1}$
3. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја:$z=(\frac{1-3i}{1+i})^2-\frac{i}{2+i}$
4. Решити квадратну једначину:$\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-4}{x+4}=3\frac{1}{3}$
5. Одредити параметар у квадратној једначини $(m+1)x^2+2(m-1)x+4m+1=0$ тако да решења буду једнака.

Друга група

1. Упростити израз: $(\frac{a\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}-\frac{a}{2\sqrt{a}+1}-\frac{a}{4a-1})\cdot\frac{2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a^5}}$
2. Средити израз:$\left(\frac{3\cdot5^{-x}}{1-5^{-x}}-\frac{2\cdot5^{-x}}{1+5^{-x}}-\frac{5^x}{5^{2x}-1}\right):\frac{5^{-x}}{5^x-5^{-x}}$
3. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја: $z=\frac{2i+1}{1-i}+\frac{(4-i)(4+i)}{(1+i)^2}$
4. Решити квадратну једначину:$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}=2\frac{1}{6}$
5. Одредити параметар у квадратној једначини $3mx^2+2(3m+4)x+3m-5=0$ тако да решења буду једнака.

1) Упростити израз:

I

$$\left(\frac{3x+2\sqrt{x}}{4-9x}+\frac{x\sqrt{x}}{2+3\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2-3\sqrt{x}}\right)\cdot\frac{2+3\sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}=$$

$$=\frac{3x+2\sqrt{x}+x\sqrt{x}(2-3\sqrt{x})-\sqrt{x}(2+3\sqrt{x})}{(2-3\sqrt{x})(2+3\sqrt{x})}\cdot\frac{2+3\sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}=$$

$$=\frac{\cancel{3x}+\cancel{2\sqrt{x}}+2x\sqrt{x}-3x^2-\cancel{2\sqrt{x}}-\cancel{3x}}{(2-3\sqrt{x})(2+3\sqrt{x})}\cdot\frac{2+3\sqrt{x}}{\sqrt{x^4}\cdot\sqrt{x}}=$$

$$=\frac{\cancel{x\sqrt{x}}\cancel{(2-3\sqrt{x})}}{\cancel{(2-3\sqrt{x})}\cancel{(2+3\sqrt{x})}}\cdot\frac{2+3\sqrt{x}}{x^2\cancel{\sqrt{x}}}=\frac{1}{x}$$

II

$$\left(\frac{a\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}-\frac{a}{2\sqrt{a}+1}-\frac{a}{4a-1}\right)\cdot\frac{2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a^5}}=$$

$$=a\cdot\frac{\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1)-(2\sqrt{a}-1)-1}{(2\sqrt{a}-1)(2\sqrt{a}+1)}\cdot\frac{2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a^4}\cdot\sqrt{a}}=$$

$$=a\cdot\frac{2a+\sqrt{a}-2\sqrt{a}+\cancel{1}-\cancel{1}}{(2\sqrt{a}-1)\cancel{(2\sqrt{a}+1)}}\cdot\frac{\cancel{2\sqrt{a}+1}}{a^2\sqrt{a}}=$$

$$=\frac{2a-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}\cdot\frac{1}{a\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}\cancel{(2\sqrt{a}-1)}}{\cancel{2\sqrt{a}-1}}\cdot\frac{1}{a\cancel{\sqrt{a}}}=\frac{1}{a}$$

2) Средити израз:

I

$$7^{-x}(7^x-1)^{-1}-2\cdot(7^{2x}-1)^{-1}+7^{-x}(7^x+1)^{-1}=$$

$$=\frac{1}{7^x(7^x-1)}-\frac{2}{7^{2x}-1}+\frac{1}{7^x(7^x+1)}=$$

$$=\frac{\cancel{7^x}+1-\cancel{2\cdot 7^x}+\cancel{7^x}-1}{7^x(7^x-1)(7^x+1)}=0$$

II

$$\left(\frac{3\cdot 5^{-x}}{1-5^{-x}}-\frac{2\cdot 5^{-x}}{1+5^{-x}}-\frac{5^x}{5^{2x}-1}\right):\frac{5^{-x}}{5^x-5^{-x}}=$$

$$=\left(\frac{3\cdot\frac{1}{5^x}}{1-\frac{1}{5^x}}-\frac{\frac{2}{5^x}}{1+\frac{1}{5^x}}-\frac{5^x}{5^{2x}-1}\right)\cdot\frac{5^x-5^{-x}}{5^{-x}}=$$

$$=\left(\frac{3}{5^x-1}-\frac{2}{5^x+1}-\frac{5^x}{5^{2x}-1}\right)\cdot\frac{\cancel{5^{-x}}(5^{2x}-1)}{\cancel{5^{-x}}}=$$

$$=\frac{\cancel{3\cdot 5^x}+3-\cancel{2\cdot 5^x}+2-\cancel{5^x}}{\cancel{(5^x-1)}\cancel{(5^x+1)}}\cdot\cancel{(5^{2x}-1)}=5.$$

3) Одредити реални и имагинарни део комплексног броја:

I

$$z=\left(\frac{1-3i}{1+i}\right)^2-\frac{i}{2+i}=\frac{1-6i+9i^2}{1+2i+i^2}-\frac{i}{2+i}=$$

$$=\frac{-8-6i}{2i}-\frac{i}{2+i}=\frac{-4-3i}{i}\cdot\frac{i}{i}-\frac{i(2-i)}{(2+i)(2-i)}=$$

$$=\frac{-4i-3i^2}{i^2}-\frac{2i-i^2}{4-i^2}=\frac{3-4i}{-1}-\frac{-1+2i}{5}=$$

$$=-3+4i+\frac{1-2i}{5}=\frac{-15+20i+1-2i}{5}=\frac{-14-18i}{5}$$

$Re(z)=-\frac{14}{5}$ $\quad Im(z)=-\frac{18}{5}$

II

$$z=\frac{2i+1}{1-i}+\frac{(4-i)(4+i)}{(1+i)^2}=$$

$$=\frac{(2i+1)(1+i)}{(1-i)(1+i)}+\frac{16-i^2}{1+2i+i^2}=$$

$$=\frac{2i+2i^2+1+i}{1-i^2}+\frac{17}{2i}=\frac{-1+3i}{2}+\frac{17}{2i}\cdot\frac{i}{i}=$$

$$=\frac{-1+3i}{2}-\frac{17i}{2}=\frac{-1-14i}{2}$$

$Re(z)=-\frac{1}{2}$ $\quad Im(z)=-7.$

4) Решити квадратну једначину:

I

$$\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-4}{x+4}=3\frac{1}{3}\quad/\cdot 3\cdot(x-4)(x+4)$$

$x\neq 4 \wedge x\neq -4$

$$3(x^2+\cancel{8x}+16+x^2-\cancel{8x}+16)=(x^2-16)\cdot 10$$

$$6x^2+6\cdot 16=10(x^2-16)\quad/:2$$

$$3x^2+3\cdot 16=5x^2-5\cdot 16$$

$2x^2=8\cdot 16$ тј. $x^2=4\cdot 16$ $\quad x_1=8,\ x_2=-8$

II

$$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}=2\frac{1}{6}\quad/\cdot 6(x-2)(x+2)$$

$x-2\neq 0,\ x+2\neq 0$

$$6(x^2+\cancel{4x}+4+x^2-\cancel{4x}+4)=13(x^2-4)\qquad x\neq 2,\ x\neq -2$$

$$12x^2+48=13x^2-52$$

$$x^2=100$$

$$x_1=10 \vee x_2=-10$$

5) Одредити параметар m тако да решења јнс буду реална и једнака:

I

$$(m+1)x^2+2(m-1)x+4m+1=0,\quad m+1\neq 0$$

$$D=4(m-1)^2-4(m+1)(4m+1)=$$

$$=4(m^2-2m+\cancel{1}-4m^2-5m-\cancel{1})=$$

$$=4(-3m^2-7m)=-4m(3m+7)$$

$D=0:\ m_1=0 \vee m_2=-\frac{7}{3}$

II

$$3mx^2+2(3m+4)x+3m-5=0,\quad m\neq 0$$

$$D=4(3m+4)^2-4\cdot 3m\cdot(3m-5)=$$

$$=4(\cancel{9m^2}+24m+16-\cancel{9m^2}+15m)=$$

$$=4(39m+16)$$

$D=0:\ 39m+16=0$ тј. $m=-\frac{16}{39}$