

## Prizma

1. Izračunati dijagonalu pravilne četverostrane prizme osnovne ivice  $a = 2$ , i visine  $H = 1$ . (rešenje:  $D = 3$ )
2. Površina pravilne četverostrane prizme je 360, a osnovna ivica 6. Izračunati visinu i zapreminu prizme. (rešenje:  $H = 12$ ,  $V = 432$ )
3. Površina osnove pravilne četverostrane prizme je 36, a dijagonala bočne strane je 10. Izračunati površinu i zapreminu te prizme. (rešenje:  $P = 264$ ,  $V = 288$ )
4. Dijagonala pravilne četverostrane prizme je 15, a dijagonala osnove je 9. Kolika je površina i zapremina te prizme? (rešenje:  $H = 12$ ,  $a = 9 \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $P = 27(3 + 8\sqrt{2})$ ,  $V = 486$ )
5. Izračunati površinu i dijagonalu pravilne četverostrane prizme ako je njena zapremina 144, a visina 10. (rešenje:  $a = 12$ ,  $D = 17$ ,  $P = 336$ )
6. Dve ivice kvadra su 5 i 6, a njegova površina 214. Izračunati zapreminu kvadra. (rešenje:  $H = 7$ ,  $V = 210$ )
7. Osnova prave četverostrane prizme je romb sa dijagonalama 5 i 12. Izračunati površinu i zapreminu prizme ako je njena visina 10. (rešenje:  $a = 6.5$ ,  $P = 320$ ,  $V = 300$ )
8. Površina osnove pravilne trostrane prizme je  $4\sqrt{3}$ , a površina omotača je 96. Izračunati visinu prizme. (rešenje:  $H = 8$ )
9. Pravilna trostrana prizma ima površinu  $1350\sqrt{3}$  i osnovnu ivicu 18. Izračunati njenu zapreminu. (rešenje:  $V = H = 22\sqrt{3}$ ,  $V = 5346$ )
10. Izračunati površinu i zapreminu pravilne trostrane prizme ako je dijagonala bočne strane 10, a visina osnove  $3\sqrt{3}$ . (rešenje:  $P = 18(\sqrt{3} + 8)$ ,  $V = 72\sqrt{3}$ )
11. Izračunati površinu i zapreminu prave prizme čija je osnova trougao sa stranicama 25, 24 i 7, a visina 10. (rešenje:  $B = 84$ ,  $P = 728$ ,  $V = 840$ )
12. Izračunati površinu prave prizme čija je zapremina 720, a osnova trougao sa stranicama dužine 25, 17 i 12. (rešenje:  $B = 90$ ,  $H = 8$ ,  $P = 612$ )
13. Osnovne ivice prave trostrane prizme odnose se kao 17 : 10 : 9, bočna ivica je 16, a površina 1440. Izračunati osnovne ivice. (rešenje:  $a = 34$ ,  $b = 20$ ,  $c = 18$ )
14. Izračunati površinu i zapreminu kvadra ako je njegova dijagonala  $D = 13$ , a dijagonale dveju bočnih strana  $d_1 = 4\sqrt{10}$ ,  $d_2 = 3\sqrt{17}$ .  
(rešenje: Iz  $a^2 + b^2 + c^2 = 13^2$ ,  $b^2 + c^2 = (4\sqrt{10})^2$ ,  $a^2 + c^2 = (3\sqrt{17})^2$  dobijamo da je  $c = 12$ ,  $b = 4$ ,  $a = 3$ , pa je  $P = 608$ ,  $V = 144$ )
15. Dužine triju ivica kvadra, koje se sastaju u istom temenu, odnose se kao 4 : 3 : 1. Izračunati površinu i zapreminu kvadra ako mu je dijagonala  $4\sqrt{26}$ . (rešenje: Iz  $a : b : c = 4 : 3 : 1$  i  $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$  dobijamo da je  $a = 16$ ,  $b = 12$ ,  $c = 4$ , pa je  $P = 608$ ,  $V = 768$ )
16. Stranice osnove pravog paralelopipeda su  $a = 17$  i  $b = 12$ , a veća dijagonala je  $d_1 = 25$ . Izračunati površinu i zapreminu paralelopipeda ako je veća dijagonala paralelopipeda  $D_1 = \sqrt{629}$ .  
(rešenje:  $B = 180$ ,  $H = 2$ ,  $P = 476$ ,  $V = 360$ )
17. Osnova prave prizme je romb dijagonala  $d_1 = 5$ ,  $d_2 = 12$ . Izračunati zapreminu prizme ako je njena visina jednaka visini romba. (rešenje: stranica romba  $a = \frac{13}{2}$ , a njegova površina  $B = 30$ . Kako je površina romba jednaka proizvodu stranice i odgovarajuće visine, imamo  $B = ah$ , a odavde je  $h = \frac{60}{13}$ , pa je  $V = \frac{1800}{13}$ )
18. Osnova prave četverostrane prizme je jednakokraki trapez sa osnovicama  $a = 12$ ,  $b = 2$  i dužim krakom  $c = 13$ . Izračunati površinu i zapreminu prizme ako je njena visina jednaka visini trapeza. (rešenje:  $H = h = 12$ ,  $P = 648$ ,  $V = 1008$ )

19. Osnova prave četverostrane prizme je trapez osnovica  $a = 18$ ,  $b = 4$ , kraka  $c = 13$ ,  $d = 15$ . Izračunati površinu i zapreminu prizme ako je njena visina jednaka visini trapeza. (rešenje:  $B = 132$ ,  $P = 864$ ,  $V = 1584$ )

20. Izračunati površinu i zapreminu prave prizme čija je osnova trapez sa osnovicama  $a = 105$ ,  $b = 25$  i krakima  $c = 64$ ,  $d = 48$ , ako je površina omotača jednaka površini osnove. (rešenje: visina trapeza je 38.4,  $P = 7488$ ,  $V = 25743.86$ )

21. Prava trostrana prizma visine  $H = 5$  dm ima bočne strane površina:  $125 \text{ dm}^2$ ,  $85 \text{ dm}^2$  i  $140 \text{ dm}^2$ . Izračunati zapreminu prizme.

rešenje:  $a = 25$ ,  $b = 17$ ,  $c = 28$ ,  $B = 210 \text{ dm}^2$ ,  $V = 1050 \text{ dm}^3$ .

22. Osnova prave prizme je jednakokraki trougao kraka dužine 5. Visina prizme je 10, a zapremina 120. Izračunati površinu prizme.

rešenje:  $a = 6$ ,  $P = 184$

23. Osnova pravog paralelopipeda je paralelogram sa stranicama 1 cm i 4 cm i ostrim uglom od  $60^\circ$ . Veća dijagonala paralelopipeda je 5 cm. Izračunati zapreminu tog poliedra.

rešenje:  $H = 2$  cm,  $V = 4\sqrt{3} \text{ cm}^3$

24. Osnova pravog paralelopipeda je paralelogram čije stranice dužina 3 i 4 zahvataju ugao od  $120^\circ$ . Manja dijagonala paralelopipeda je jednaka većoj dijagonali osnove. Izračunati zapreminu tog poliedra.

rešenje:  $H = 2\sqrt{6}$ ,  $B = 6\sqrt{3}$ ,  $V = 36\sqrt{2}$ .

25. Prava prizma površine  $P = 334 \text{ cm}^2$  ima u osnovi paralelogram sa stranicama 9 cm i 10 cm i dijagonalom 17 cm. Kolika je zapremina ove prizme?

rešenje:  $B = 72 \text{ cm}^2$ ,  $M = 190 \text{ cm}^2$ ,  $H = 5$  cm,  $V = 360 \text{ cm}^3$ .

## Piramida

26. Izračunati površinu i zapreminu pravilne četverostrane piramide ako je  $a$ -osnovna ivica,  $H$ -visina piramide,  $h$ -apotema,  $s$ -bočna ivica,  $d$ -dijagonala osnove

(a)  $a = 9$ ,  $h = 7.5$ , (b)  $a = 10\sqrt{3}$ ,  $h = 13$ , (c)  $a = 12$ ,  $s = 10$ , (d)  $H = 12$ ,  $h = 13$ , (e)  $d = 5\sqrt{2}$ ,  $H = 7$ , (f)  $a = 16$ ,  $H = 15$ , (g)  $a = 24$ ,  $h = 20$

(rešenje: (a)  $H = 6$ ,  $P = 216$ ,  $V = 162$ , (b)  $H = 12$ ,  $P = 270\sqrt{3}$ ,  $V = 300\sqrt{3}$ ,

(c)  $h = 8$ ,  $H = 2\sqrt{7}$ ,  $P = 336$ ,  $V = 96\sqrt{7}$ , (d)  $a = 10$ ,  $P = 360$ ,  $V = 400$ ,

(e)  $h \approx 7.4$ ,  $P \approx 99$ ,  $V = \frac{175}{3}$ , (f)  $h = 17$ ,  $P = 800$ ,  $V = 1280$ , (g)  $H = 16$ ,  $P = 1536$ ,  $V = 3072$ )

27. Kod pravilne trostrane piramide osnovnu ivicu obeležimo sa  $a$ , visinu sa  $H$ , bočnu visinu sa  $h$ , a bočnu ivicu sa  $s$ . Izračunati površinu i zapreminu piramide ako je:

(a)  $a = 20\sqrt{3}$ ,  $H = 24$ , (b)  $a = 4\sqrt{3}$ ,  $H = 8$ , (c)  $a = 6\sqrt{3}$ ,  $h = 5$ , (d)  $a = 10\sqrt{3}$ ,  $h = 13$ , (e)  $a = 6$ ,  $s = 5$ , (f)  $a = 12$ ,  $s = 13$ .

(rešenje: (a)  $h = 26$ ,  $B = 300\sqrt{3}$ ,  $M = 780\sqrt{3}$ ,  $P = 1080\sqrt{3}$ ,  $V = 2400\sqrt{3}$ ,

(b)  $P = 12\sqrt{3}(1 + \sqrt{17})$ ,  $V = 32\sqrt{3}$ ,

(c)  $P = 72\sqrt{3}$ ,  $V = 36\sqrt{3}$ , (d)  $P = 270\sqrt{3}$ ,  $V = 300\sqrt{3}$ , (e)  $h = 4$ ,  $P = 9(\sqrt{3} + 4)$ ,  $H = \sqrt{13}$ ,  $V = 3\sqrt{39}$ ,

(f)  $H = 11$ ,  $P = 18(2\sqrt{13} + \sqrt{133})$ )

28. Osnova piramide je trougao stranica  $a = 17$ ,  $b = 10$ ,  $c = 9$ . Izračunati visinu piramide ako je njena zapremina 72. (rešenje:  $B = 36$ ,  $H = 6$ )

29. Osnova piramide je pravougaonik stranica  $a = 9$ ,  $b = 12$ , a površina dijagonalnog preseka je 30. Kolika joj je zapremina? (rešenje: dijagonala osnove je  $d = 15$ , visina piramide  $H = 4$ , zapremina  $V = 144$ )

30. Izračunati površinu i zapreminu pravilne četverostrane piramide, ako je osnovna ivica dužine 4 cm i nagib bočne strane prema ravni osnove  $60^\circ$ .

rešenje:  $H = 2\sqrt{3}$ ,  $P = 48$ ,  $V = \frac{32}{3}\sqrt{3}$

31. Bočna ivica pravilne četverostrane piramide, dužine 3, nagnuta je prema ravni osnove pod uglom od  $30^\circ$ . Izračunati zapreminu piramide.

rešenje:  $V = 9 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{4}$

32. Izračunati površinu pravilne trostrane piramide, ako joj je osnovna ivica 2cm, a bočne strane nagnute prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ .

rešenje:  $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ,  $P = 3\sqrt{3}$

33. Izračunati površinu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su joj dužine osnovnih ivica 32 i 20 a visina joj je 8. (rešenje:  $B_1 = 400$ ,  $B_2 = 1024$ , visina bočne strane je  $h = 10$ ,  $P = 2464$ )

34. Površina omotača pravilne četverostrane zarubljene piramide je 1872, visina bočnih strana je 26, a dužina osnovne ivice veće osnove je 28. Naći površinu te piramide. (rešenje: osnovna ivica manje osnove je 8, a  $P = 2720$ )

35. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su površine njenih osnova 50 i 8, a dijagonalni presek ima površinu 35. (rešenje:  $a = 5\sqrt{2}$ ,  $a_1 = 2\sqrt{2}$ ,  $H = 5$ ,  $V = 130$ )

36. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide kod koje su stranice osnova 9 i 5, a dijagonala  $\sqrt{102}$ . (rešenje:  $H = 2$ ,  $V = \frac{302}{3}$ )

37. Data je pravilna trostrana zarubljena piramida sa osnovicama  $a = 9$  i  $a_1 = 3$  i bočnom ivicom  $s = 5$ . Izračunati površinu i zapreminu piramide.

(rešenje:  $B = \frac{81\sqrt{3}}{4}$ ,  $B_1 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ ,  $h = 4$ ,  $M = 72$ ,  $P = \frac{45\sqrt{3}}{2} + 72$ ,  $V = \frac{39\sqrt{39}}{4}$ )

38. Izračunati zapreminu pravilne trostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice dužina 8 i 2 a površina  $47\sqrt{3}$ .

(rešenje:  $B = 16\sqrt{3}$ ,  $B_1 = \sqrt{3}$ ,  $h = 2\sqrt{3}$ ,  $H = 3$ ,  $V = 21\sqrt{3}$ )

39. Naći površinu pravilne trostrane zarubljene piramide čija je visina 4, a osnovne ivice 6 i 2.

(rešenje:  $B = 9\sqrt{3}$ ,  $B_1 = \sqrt{3}$ ,  $h = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ ,  $M = 8\sqrt{13}$ ,  $P = 10\sqrt{3} + 8\sqrt{13}$ )

40. Osnovne ivice pravilne četverostrane zarubljene piramide su 4 i 2. Bočne ivice su nagnute prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ . Izračunati površinu omotača.

rešenje:  $H = \sqrt{6}$ ,  $h = \sqrt{7}$ ,  $M = 12\sqrt{7}$

41. Bočne ivice pravilne trostrane zarubljene piramide nagnute su prema ravni osnove pod uglom od  $30^\circ$ . Osnovne ivice su 4cm i 3cm. Izračunati zapreminu zarubljene piramide.

rešenje:  $H = \frac{1}{3}$  cm,  $V = \frac{37}{36}\sqrt{3}$

42. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide, ako je njena dijagonala dužine 18 cm, a osnovne ivice su 14 cm i 10 cm.

rešenje:  $H = 6$  cm,  $V = 872$  cm<sup>3</sup>

43. Dijagonalni presek pravilne četverostrane zarubljene piramide je 132 cm<sup>2</sup>, a bočna ivica  $s = 13$  cm i visina  $H = 12$  cm. Izračunati zapreminu.

rešenje:  $B_1 = 128$  cm<sup>2</sup>,  $B_2 = 18$  cm<sup>2</sup>,  $V = 776$  cm<sup>3</sup>.

44. Osnovne ivice pravilne trostrane zarubljene piramide su 6 dm i 2 dm, a omotač je jednak zbiru površina osnova. Izračunati zapreminu tela.

rešenje:  $h = \frac{5\sqrt{3}}{6}$  dm,  $H = \frac{\sqrt{3}}{2}$  dm,  $V = \frac{13}{2}$  dm<sup>3</sup>.

## Razni zadaci

45. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane piramide ako je osnovna ivica 6 cm, a visina piramide jednaka  $\frac{4}{5}$  visine bočne strane.

rešenje:  $h = 5, H = 4, V = 48 \text{ cm}^3$

46. Bočna ivica pravilne četverostrane piramide dužine 6 cm nagnuta je prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ . Naći zapreminu piramide.

rešenje:  $V = 18\sqrt{3}$

47. Površina omotača pravilne četverostrane piramide je  $6 \text{ cm}^2$ , visina piramide je 2 cm. Naći osnovnu ivicu piramide.

rešenje:  $a = \sqrt{2}$

48. Površina omotača pravilne četverostrane piramide je  $3 \text{ cm}^2$ , a njena visina  $H = \sqrt{2}$  cm. Odrediti dužinu osnovne ivice piramide.

rešenje:  $a = 1$

49. Veći dijagonalni presek pravilne šestostrane prizme ima površinu  $24 \text{ cm}^2$  i obim 22 cm. Izračunati površinu i zapreminu date šestostrane prizme.

rešenje: Veći dijagonalni presek je pravougaonik kome je jedna stranica visina prizme  $H$ , a druga je veća dijagonala pravilnog šestougla, koja iznosi  $2a$ , gde je  $a$  osnovna ivica. Prema uslovu zadatka je  $2ah = 24$  i  $4a + 2h = 22$ , odnosno  $ah = 12$  i  $2a + h = 11$ . Rešavanjem sistema ovih jednačina dobijamo  $-2a^2 + 11a - 12 = 0$ , odnosno  $a = 4$  ili  $a = \frac{3}{2}$ . U slučaju  $a = 4$  dobijamo da je  $h = 3$ , pa prizma ima površinu  $P = 48\sqrt{3} + 72 \text{ cm}^2$ , a zapremina  $V = 72\sqrt{3} \text{ cm}^3$ . U slučaju  $a = \frac{3}{2}$  dobijamo  $h = 8$ , pa je površina  $P = \frac{27}{4}\sqrt{3} + 72 \text{ cm}^2$ , a zapremina  $V = 27\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .

50. Osnova prave prizme je pravougli trougao sa površinom  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$  i oštrim uglom od  $30^\circ$ . Površina najveće bočne strane je  $8 \text{ cm}^2$ . Naći zapreminu prizme.

rešenje: Hipotenuza pravouglog trougla je 6 cm, a visina prizme  $H = \frac{4}{3}$  cm. Zapremina prizme je  $V = 12\sqrt{3}$ .

51. Bočna ivica pravilne četverostrane piramide ima dužinu 3 dm i zaklapa ugao od  $45^\circ$  sa ravni osnove. Odrediti zapreminu piramide.

Rešenje:  $V = 9 \frac{\sqrt{2}}{2}$

52. Osnova prave piramide je kvadrat čija je stranica dužine 4 cm a bočne strane su joj jednakokranični trouglovi. Odrediti zapreminu te piramide.

rešenje: Neka je osnovna ivica  $a$ . Kako su bočne strane jednakokranični trouglovi, to je bočna ivica takođe  $a$ . Visina piramide  $H$  je po Pitagorinoj teoremi  $H^2 = a^2 - \left(a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$ , odakle dobijamo  $H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . Na osnovu toga imamo  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

53. Četverostrana piramide čija je osnova kvadrat stranice 8 cm ima međusobno jednake bočne ivice. Ako je visina piramide 7 cm, odrediti dužinu bočne ivice.

rešenje:  $s = 9$

54. Ako je dužina ivice pravilnog tetraedra jednaka 9 cm, odrediti njegovu visinu.

rešenje:  $H = 3\sqrt{6}$

55. Odrediti zapreminu pravilne trostrane piramide osnovne ivice  $\sqrt[4]{3}$  cm i visine 4 cm.

rešenje:  $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{12} H = \frac{\sqrt{3} \sqrt{3}}{12} 4 = 1 \text{ cm}^3$ .

56. Zapremina pravilnog tetraedra je  $\frac{\sqrt{6}}{4} \text{ cm}^3$ . Odrediti visinu ovog tetraedra.

rešenje:  $a = \sqrt{3}, H = \sqrt{2}$

57. Odrediti zapreminu pravilne šestostrane piramide visine  $\sqrt{3} \text{ cm}$  i osnovne ivice  $2 \text{ cm}$ .

rešenje:  $V = 6 \text{ cm}^3$

58. Neka su  $a_1 = 3, a_2 = 2$  dužine osnovnih ivica pravilne četverostrane zarubljene piramide. Ako je ugao koji zaklapa bočna ivica sa većom bazom  $45^\circ$ , naći površinu piramide.

rešenje:  $H = \frac{\sqrt{2}}{2}, h = \frac{\sqrt{3}}{2}, P = 13 + 5\sqrt{3}$

59. Neka su sve bočne ivice pravilne trostrane piramide jednake 1 i neka su uglovi između svake dve bočne strane jednaki  $90^\circ$ . Izračunati površinu, zapreminu i visinu piramide.

rešenje: Ako bočnu stranu piramide uzmemo za osnovu, tada je to piramida čija je osnova pravougli trougao čije su katete dužine 1, a visina piramide je takođe 1, pa je zapremina  $V = \frac{1}{6}$ . Površina se sastoji od površine tri pravougla trougla i površine jednog jednakokraničnog trougla stranice  $\sqrt{2}$ , pa je površina piramide  $P = \frac{1}{2} (3 + \sqrt{3})$

60. Osnova prave prizme je jednakokraki trougao osnovice 30 i poluprečnika upisane kružnice 10. Izračunati zapreminu prizme, ako je visina prizme jednaka visini trougla koja odgovara osnovici.

rešenje:  $H = 36, V = 19440$ .

61. Osnovna ivica pravilne četverostrane piramide je 2, a ugao bočne ivice prema bazi je  $60^\circ$ . Naći površinu i zapreminu.

rešenje:  $P = 4(1 + \sqrt{7}), V = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

62. Odrediti dužinu prostorne dijagonale pravilne četverostrane zarubljene piramide ako je  $B_1 = 4, B_2 = 1, V = 7$

rešenje:  $D = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

63. Prava trostrana prizma visine  $H = 5 \text{ dm}$  ima bočne strane površina:  $125 \text{ dm}^2, 85 \text{ dm}^2$  i  $140 \text{ dm}^2$ . Izračunati zapreminu prizme.

rešenje:  $a = 25, b = 17, c = 28, B = 210 \text{ dm}^2, V = 1050 \text{ dm}^3$ .

64. Osnova prave prizme je jednakokraki trougao kraka dužine 5. Visina prizme je 10, a zapremina 120. Izračunati površinu prizme.

rešenje:  $a = 6, P = 184$