

1) ТРЕБАЛО ЈЕ СКИЦАТИ ГРАФИК ФУНКЦИЈЕ УЗ ИСПИТУВАЊЕ:

ИЗРИНА

$$y = \frac{4x}{4-x^2} = \frac{4x}{(2-x)(2+x)}$$

• **ДОМЕН** $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$

• **ПАРНОСТ** $f(-x) = -\frac{4x}{4-x^2} = -f(x)$

НЕПАРНА ЈЕ

• а) **ТАЧКА** $O(0,0)$

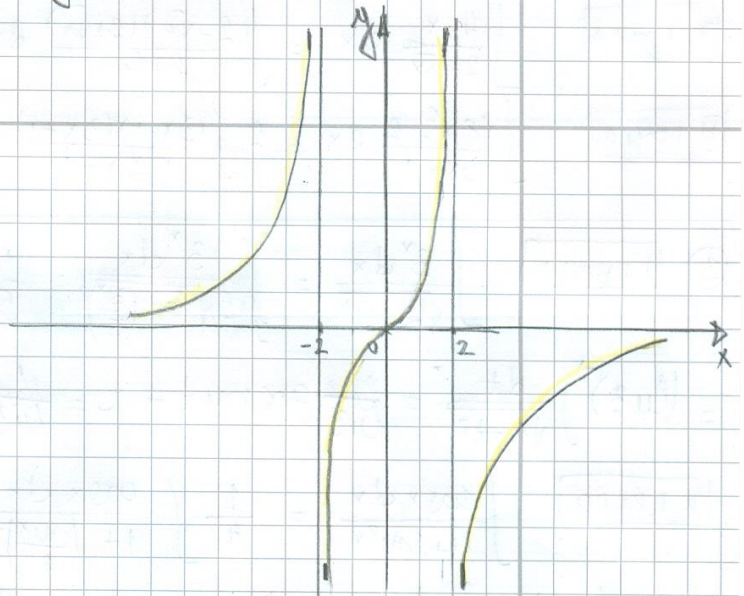
б) **ГРЕНОУ** $= 0$

в) **ЗНАК**

-	-	-	+	+	+	$4x$
-	-	+	+	+	-	$4-x^2$
+	-	-	+	+	-	y
-2	0	2				

$y > 0: x \in (-\infty, -2) \cup (0, 2)$

$y < 0: x \in (-2, 0) \cup (2, +\infty)$



• **АСИМПТОТЕ** $x=2, x=-2: B.A$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = \frac{8}{4 \cdot 0} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = \frac{-8}{4 \cdot 0} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = +\infty$$

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x^2-4} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$x.A: y=0$, НЕМА К.А

• **МОНОТОНОСТ** $y' = 4 \cdot \frac{4-x^2+2x^2}{(4-x^2)^2} = 4 \frac{x^2+4}{(4-x^2)^2} > 0, \forall x$

$y \nearrow$, НЕМА ЕКСТРЕМУМА

• **КОНВЕКСНОСТ** $y'' = 4 \cdot \frac{2x(4-x^2)^2 + 2 \cdot 2x(4-x^2)(x^2+4)}{(4-x^2)^4}$

$$= \frac{8x(4-x^2)(4-x^2+2x^2+8)}{(4-x^2)^4} = \frac{8x(x^2+12)}{(4-x^2)^3}$$

$y'' > 0$ на $(-\infty, -2)$ и $(0, 2)$; $y'' < 0$ на $(-2, 0)$ и $(2, +\infty)$

ИЗРИНА

$$y = \frac{x}{x^2-1} = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

• **ДОМЕН** $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

• **ПАРНОСТ** $f(-x) = -f(x)$ - НЕПАРНА

• а) **ТАЧКА** $O(0,0)$

б) **ГРЕНОУ** $= 0$

в) **ЗНАК**

-	-	-	0	+	+	+
+	+	-	-	-	+	+
-	+	+	-	-	+	+
-1	0	1				

• **АСИМПТОТЕ** $x=-1$ и $x=1: B.A$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \frac{-1}{-2 \cdot 0} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = \frac{1}{2 \cdot 0} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = -\infty$$

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2-1} = \frac{0}{\infty} = 0; y=0: x.A$$

→ НЕМА К.А

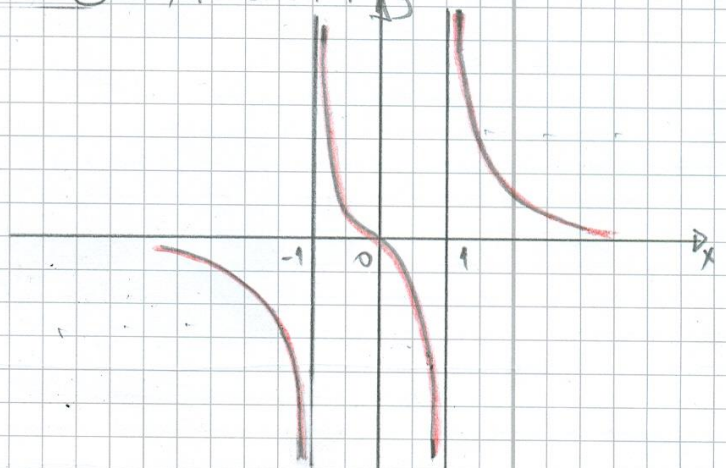
• **МОНОТОНОСТ** $y' = \frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2} = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} < 0, \forall x$

$y \searrow$, НЕМА ЕКСТРЕМУМА

• **КОНВЕКСНОСТ** $y'' = -\frac{2x(x^2-1)^2 - 2 \cdot 2x(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2-1)^4}$

$$= -\frac{2x(x^2-1-2x^2-2)}{(x^2-1)^3} = \frac{2x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$$

$y'' > 0$ на $(-1, 0)$ и $(1, +\infty)$; $y'' < 0$ на $(-\infty, -1)$ и $(0, 1)$



② Требао је трансформисати полиномирану дјз

I група
$$\int \frac{4-x}{2+\sqrt{x}} dx = \int \frac{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})}{2+\sqrt{x}} dx = 2 \int dx - \int x^{1/2} dx = 2x - \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$$

II група
$$\int \frac{18x^2-2}{3x-1} dx = 2 \int \frac{(3x-1)(3x+1)}{3x-1} dx = 6 \int x dx + 2 \int dx = 3x^2 + 2x + C$$

③ I група
$$\int \frac{3^x dx}{\sqrt{25-9^x}} = \int \frac{3^x dx}{5\sqrt{1-(\frac{3^x}{5})^2}} = \frac{1}{5} \int \frac{3^x dx}{\sqrt{1-(\frac{3^x}{5})^2}} = \left[\text{мена: } \frac{3^x}{5} = t \right]$$

$$= (\ln 3)^{-1} \int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{\ln 3} \cdot \arcsin t + C = \frac{1}{\ln 3} \cdot \arcsin \left(\frac{3^x}{5} \right) + C.$$

II група
$$\int \frac{\cos x dx}{4+\sin^2 x} = \frac{1}{4} \int \frac{\cos x dx}{1+(\frac{\sin x}{2})^2} = \left[\text{мена: } \frac{\sin x}{2} = t \right]$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2} \arctg t + C = \frac{1}{2} \arctg \frac{\sin x}{2} + C$$

④ Овај задатак је класичан задатак који је имао прво одређење, па реверза можете погледати у том чланку