

## PIRAMIDA

## PRAVILNA ČETVOROSTRANA PIRAMIDA

- Osnovna ivica pravilne četverostrane piramide je  $6\text{ cm}$ , a njena apotema  $5\text{ cm}$ . Izračunati površinu te piramide.  
Rešenje:  $P = 96\text{ cm}^2$
- Visina pravilne četverostrane piramide je  $3$ , a bočna ivica  $5$ . Naći površinu piramide.  
Rešenje:  $8(4 + \sqrt{34})\text{ cm}^2$
- Visina pravilne četverostrane piramide je  $4\text{ cm}$ , a dijagonala osnove te piramide je  $6\sqrt{2}\text{ cm}$ . Naći površinu te piramide i površinu njenog dijagonalnog preseka.  
Rešenje:  $P = 96\text{ cm}^2, P_{DP} = 12\sqrt{2}\text{ cm}^2$
- Osnovna ivica pravilne četverostrane piramide je  $2\text{ cm}$ , a bočna strana i ravan osnove obrazuju ugao od  $60^\circ$ . Izračunati površinu omotača te piramide.  
Rešenje:  $M = 8\text{ cm}^2$
- Bočna ivica pravilne četverostrane piramide je  $4$  i sa ravni osnove obrazuje ugao od  $60^\circ$ . Izračunati površinu omotača te piramide.  
Rešenje:  $M = 8\sqrt{15}$
- Osnovna ivica pravilne četverostrane piramide je  $12\text{ cm}$ . Naći njenu površinu ako:  
a) Bočna ivica sa ravni osnove obrazuje ugao od  $45^\circ$   
b) Bočna strana sa ravni osnove obrazuje ugao od  $45^\circ$   
Rešenje: a)  $144(1 + \sqrt{3})\text{ cm}^2$ , b)  $144(1 + \sqrt{2})\text{ cm}^2$
- Površina omotača pravilne jednakoivične četverostrane piramide je  $25\sqrt{3}\text{ cm}^2$ . Izračunati njenu površinu.  
Rešenje:  $25(1 + \sqrt{3})\text{ cm}^2$
- Površina dijagonalnog preseka pravilne četverostrane jednakoivične piramide je  $18\text{ cm}^2$ . Izračunati zapreminu piramide.  
Rešenje:  $36\sqrt{2}\text{ cm}^3$
- Visina pravilne četverostrane piramide manja je od osnovne ivice za  $10\text{ cm}$ , a odnos osnovne ivice i visine je  $8:3$ . Naći zapreminu piramide.  
Rešenje:  $512\text{ cm}^3$
- Omotač pravilne četverostrane piramide jednak je  $48\text{ cm}^2$ . Odrediti zapreminu piramide ako se ivica osnove i bočna visina odnose kao  $2:3$ .  
Rešenje:  $\frac{64\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^3$
- Pravilna četverostrana piramida ima osnovnu ivicu  $12\text{ cm}$ , a visina piramide je  $\frac{4}{5}$  apoteme. Izračunati zapreminu piramide.  
Rešenje:  $2304\text{ cm}^3$

**PRAVILNA TROSTRANA PIRAMIDA (PRAVILAN TETRAEDAR)**

12. Ako je  $a$  dužina osnovne ivice,  $h$  dužina apoteme,  $s$  dužina bočne ivice, a  $H$  dužina visine pravilne trostrane piramide, naći njenu površinu, ako je:

a)  $a = 6 \text{ cm}, h = 10 \text{ cm},$

b)  $a = 6 \text{ cm}, H = \sqrt{6} \text{ cm},$

c)  $a = 10 \text{ cm}, s = 13 \text{ cm}$

Rešenje: a)  $9(3 + \sqrt{3})\text{cm}^2$ , b)  $9(3 + \sqrt{3})\text{cm}^2$ , c)  $5(36 + 5\sqrt{3})\text{cm}^2$

13. Bočna ivica pravilne trostrane piramide je 12 i sa ravni osnove obrazuje ugao od  $30^\circ$ . Izračunati dužinu apoteme te piramide.

Rešenje:  $h = 3\sqrt{7}$

14. Visina pravilne trostrane piramide je  $3\sqrt{3} \text{ dm}$ , a ugao između bočne strane i ravni osnove je  $60^\circ$ . Izračunati površinu piramide.

Rešenje:  $81\sqrt{3} \text{ dm}^2$

15. Osnovna ivica pravilne trostrane piramide je dvaput veća od apoteme. Bočna ivica je 2. Odrediti površinu omotača piramide.

Rešenje:  $M=6$

16. Površina jednakoivičnog tetraedra je  $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Izračunati zapreminu tog tetraedra.

Rešenje:  $\frac{\sqrt{2}}{12} c$

17. Bočna ivica  $s = 4 \text{ cm}$  pravilnog tetraedra obrazuje sa osnovom ugao od  $45^\circ$ . Izračunati zapreminu tog tetraedra.

Rešenje:  $8 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ cm}^3$

**RAZNE PIRAMIDE**

18. Osnova piramide je romb sa dijagonalama  $6 \text{ cm}$  i  $8 \text{ cm}$ . Visini piramide pripada presek dijagonala osnove i visina je jednaka  $1 \text{ cm}$ . Izračunati površinu te piramide.

Rešenje:  $a = 5, s_1 = \sqrt{10}, s_2 = \sqrt{17}, P = 50$

19. Osnova piramide je romb čija je stranica  $4 \text{ cm}$ , a ugao  $60^\circ$ . Izračunati zapreminu piramide, ako je njena visina  $6 \text{ cm}$ .

Rešenje:  $16\sqrt{3} \text{ cm}^3$

20. Omotač piramide, čija je osnova paralelogram sa stranicama  $36 \text{ cm}$  i  $20 \text{ cm}$  i površinom  $360 \text{ cm}^2$ , jednak je  $768 \text{ cm}^2$ . Visini piramide pripada tačka preseka dijagonala osnove. Izračunati visinu piramide.

Rešenje: Neka su  $h_a$  i  $h_b$  visine osnove piramide.  $h_a = 10, h_b = 18$ . Neka su  $h_1$  i  $h_2$  apoteme piramide.  $h_1 = 13, h_2 = 15. H = 12$ .

21. Izračunati zapreminu piramide čija je osnova paralelogram sa stranicama  $12 \text{ cm}$  i  $15 \text{ cm}$  i oštrim uglom od  $30^\circ$ . Visina piramide je  $30 \text{ cm}$ .

Rešenje:  $900 \text{ cm}^3$

22. Osnova piramide je pravougaonik sa stranicama  $6 \text{ cm}$  i  $15 \text{ cm}$ . Podnožje visine piramide poklapa se sa presekom dijagonala osnove. Omotač piramide ima površinu  $126 \text{ cm}^2$ . Izračunati zapreminu piramide.

Rešenje:  $h_a = 8.5, h_b = 5, s = \frac{5\sqrt{13}}{2}, H = 4, V = 120$

23. Osnova piramide je pravougaonik čije su stranice  $a = 10$ ,  $b = 18$ , a površina dijagonalnog preseka  $P_{DP} = 12\sqrt{106}$ . Izračunati površinu i zapreminu piramide.  
Rešenje:  $H = 12$ ,  $h_a = 15$ ,  $h_b = 13$ ,  $V = 720$
24. Osnova piramide, čije su bočne ivice jednake, je pravougaonik. Naći površinu omotača piramide ako su stranice pravougaonika  $8\text{ cm}$  i  $6\text{ cm}$ , a visina piramide  $3\text{ cm}$ .  
Rešenje:  $63.84\text{ cm}^2$
25. Osnova piramide je pravougli trougao sa katetama  $6$  i  $8$ . Izračunati zapreminu piramide ako je njena visina jednaka hipotenuzi, a njeno podnožje je teme pravog ugla.  
Rešenje:  $80$
26. Osnova piramide je pravougli trougao sa katetama  $35\text{ cm}$  i  $12\text{ cm}$ , a sve bočne strane su nagnute prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ . Izračunati zapreminu piramide.  
Rešenje:  $630\text{ cm}^2$
27. Osnova piramide je trougao sa stranicama  $a = 13\text{ cm}$ ,  $b = 14\text{ cm}$ ,  $c = 15\text{ cm}$ . Svaka bočna strana je nagnuta prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ . Izračunati površinu piramide.  
Rešenje:  $B = 84$ ,  $r = 4$ ,  $h = 8$ ,  $P = 252$
28. Pravougli trougao sa katetama  $9\text{ cm}$  i  $12\text{ cm}$  je osnova piramide. Sve bočne ivice piramide su jednake  $19.5\text{ cm}$ . Izračunati zapreminu piramide.  
Rešenje:  $V = 324\text{ cm}^3$
29. Osnova piramide je jednakokraki trougao čija je osnovica  $8\text{ cm}$  i krak  $5\text{ cm}$ . Bočne ivice piramide su po  $9\text{ cm}$ . Izračunati zapreminu piramide.  
Rešenje:  $B = 12\text{ cm}^2$ ,  $H = \frac{\sqrt{2291}}{6}\text{ cm}$ ,  $V = \frac{2\sqrt{2291}}{3}$

#### ZARUBLJENA PIRAMIDA

$$P = B_1 + B_2 + M$$

$$V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$$

30. Izračunati površinu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su joj dužine osnovnih ivica  $32$  i  $20$  a visina joj je  $8$ .  
Rešenje:  $B_1 = 400$ ,  $B_2 = 1024$ ,  $h = 10$ ,  $P = 2464$
31. Površina omotača pravilne četverostrane zarubljene piramide je  $1872$ , visina bočnih strana je  $26$ , a dužina osnovne ivice veće osnove je  $28$ . Naći površinu te piramide.  
Rešenje:  $P = 2720$
32. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su površine njenih osnova  $50$  i  $8$ , a dijagonalni presek ima površinu  $35$ .  
Rešenje:  $a_1 = 5\sqrt{2}$ ,  $a_2 = 2\sqrt{2}$ ,  $H = 5$ ,  $V = 130$
33. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide kod koje su stranice osnova  $9$  i  $5$ , a dijagonala  $\sqrt{102}$ .  
Rešenje:  $H = 2$ ,  $V = \frac{302}{3}$
34. Data je pravilna trostrana zarubljena piramida sa osnovicama  $a_1 = 9$  i  $a_2 = 3$  i bočnom ivicom  $s = 5$ . Izračunati površinu i zapreminu piramide.  
Rešenje:  $B_1 = \frac{81\sqrt{3}}{4}$ ,  $B_2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ ,  $h = 4$ ,  $M = 72$ ,  $P = \frac{45\sqrt{3}}{2} + 72$ ,  $V = \frac{39\sqrt{39}}{4}$
35. Izračunati zapreminu pravilne trostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice dužina  $8$  i  $2$  a površina  $47\sqrt{3}$

Rešenje:  $B_1 = 16\sqrt{3}$ ,  $B_2 = \sqrt{3}$ ,  $h = 2\sqrt{3}$ ,  $H = 3$ ,  $V = 21\sqrt{3}$

36. Naći površinu pravilne trostrane zarubljene piramide čija je visina 4, a osnovne ivice 6 i 2.

Rešenje:  $B_1 = 9\sqrt{3}$ ,  $B_2 = \sqrt{3}$ ,  $h = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ ,  $M = 8\sqrt{13}$ ,  $P = 10\sqrt{3} + 8\sqrt{13}$

37. Osnovne ivice pravilne četverostrane zarubljene piramide su 4 i 2. Bočne ivice su nagnute prema ravni osnove pod uglom od  $60^\circ$ . Izračunati površinu omotača.

Rešenje:  $H = \sqrt{6}$ ,  $h = \sqrt{7}$ ,  $M = 12\sqrt{7}$

38. Bočne ivice pravilne trostrane zarubljene piramide nagnute su prema ravni osnove pod uglom od  $30^\circ$ . Osnovne ivice su 4cm i 3cm. Izračunati zapreminu zarubljene piramide.

Rešenje:  $H = \frac{1}{3} \text{ cm}$ ,  $V = \frac{37}{36} \sqrt{3} \text{ cm}^3$

39. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide, ako je njena dijagonala dužine 18 cm, a osnovne ivice su 14 cm i 10 cm.

Rešenje:  $H = 6 \text{ cm}$ ,  $V = 872 \text{ cm}^3$

40. Dijagonalni presek pravilne četverostrane zarubljene piramide je  $132 \text{ cm}^2$  a bočna ivica  $s = 13 \text{ cm}$  i visina  $H = 12 \text{ cm}$ . Izračunati zapreminu.

Rešenje:  $B_1 = 128$ ,  $B_2 = 18$ ,  $V = 776$

41. Osnovne ivice pravilne trostrane zarubljene piramide su 6 dm i 2 dm, a omotač je jednak zbiru površina osnova. Izračunati zapreminu tela.

Rešenje:  $h = \frac{5\sqrt{3}}{6} \text{ dm}$ ,  $H = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dm}$ ,  $V = \frac{13}{2} \text{ dm}^3$