

Kvadratna jednačina

1. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 = 81$$

$$(c) 4x^2 = 121$$

$$(e) (x-5)(x-4) = 9(4-x)$$

$$(b) 2x^2 = 50$$

$$(d) (x-1)^2 + (x-3)^2 = (x-4)^2$$

$$(f) (3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) = 96$$

rešenje: (a) $x_{1,2} = \pm 9$, (b) $x_{1,2} = \pm 5$, (c) $x_{1,2} = \pm \frac{11}{2}$, (d) $x_{1,2} = \pm \sqrt{6}$, (e) $x_{1,2} = \pm 4$, (f) $x_{1,2} = \pm 2$

2. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 + 4 = 0$$

$$(c) (8x-2)(8x+2) + 68 = 0$$

$$(b) 2x^2 = -32$$

$$(d) (2x-2)(x+3) = 4x-206$$

rešenje: (a) $x_{1,2} = \pm 2i$, (b) $x_{1,2} = \pm 4i$, (c) $x_{1,2} = \pm i$, (d) $x_{1,2} = \pm 10i$

3. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 - 8 = 0$$

$$(c) (x-3)(2x+1) + 5x+2 = 0$$

$$(b) 3x^2 - 81 = 0$$

$$(d) (4x-3)^2 - (2x+1) + 26x-35 = 0$$

rešenje: (a) $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}$, (b) $x_{1,2} = \pm 3\sqrt{3}$, (c) $x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$, (d) $x_{1,2} = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}$

4. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 - 2x = 0$$

$$(c) \frac{3}{7}x^2 - \frac{1}{6}x = 0$$

$$(e) (2x-1)^2 - 5(x-3) = 16$$

$$(b) 2x^2 - 3x = 0$$

$$(d) (3x-2)(2x-3) - 6 = 0$$

$$(f) (3x-1)^2 - (x-3)(2x-3) = 8(x-1)$$

rešenje: (a) $x_1 = 0, x_2 = 2$, (b) $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$, (c) $x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{18}$, (d) $x_1 = 0, x_2 = \frac{13}{6}$, (e) $x_1 = 0, x_2 = \frac{9}{4}$, (f) $x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{7}$

5. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$(c) 3x^2 - \frac{13}{2}x + 1 = 0$$

$$(e) 2 - 10x + 12x^2 = 0$$

$$(g) 4x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$(b) 3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(d) 6 - 13x + 2x^2 = 0$$

$$(f) x^2 - 6x + 13 = 0$$

$$(h) 9x^2 - 30x + 106 = 0$$

rešenje: (a) $\{2, 7\}$, (b) $\{\frac{1}{3}, 3\}$, (c) $\{\frac{1}{6}, 2\}$, (d) $\{\frac{1}{2}, 6\}$, (e) $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\}$, (f) $\{3-2i, 3+2i\}$, (g) $\{\frac{3}{2}-i, \frac{3}{2}+i\}$, (h) $\{\frac{5}{3}-3i, \frac{5}{3}+3i\}$

6. Rešiti jednačine:

$$(a) x^2 - \sqrt{3}x - 6 = 0$$

$$(c) 2x^2 + 9\sqrt{2}x - 10 = 0$$

$$(b) 2x^2 + 6\sqrt{2}x - 40 = 0$$

$$(d) 6x^2 - 8\sqrt{5}x + 10 = 0$$

rešenje: (a) $\{-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$, (b) $\{-5\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$, (c) $\{\frac{\sqrt{2}}{2}, -5\sqrt{2}\}$, (d) $\{\frac{\sqrt{5}}{3}, \sqrt{5}\}$

7. Rešiti jednačine:

- (a) $3(x^2 - 1) - (x + 2)(x - 3) = 3$
 (b) $(3x - 1)(9x - 7) = (4x - 7)(5x - 1)$
 (c) $(x - 8)^2 - (2x - 6)^2 + (5x - 2)(x + 2) = 1$
 (d) $(2x - 1)(x + 3) - 4(x - 2) - 13(x + 1) + 28 = 0$
 (e) $(x + 1)^2 - (2x - 3)^2 - 4 = x(x + 2)$
 (f) $2(x - 1)^2 - (5x - 2)(1 + x) = 5(x - 2)(x + 3) + 7$
 (g) $5(x + 1)(x + 2) - (2x + 3)^2 = 2x^2 + 4$

rešenje: (a) $\{0, -\frac{1}{2}\}$, (b) $\{-\frac{9}{7}, 0\}$, (c) $\{\frac{-8-3\sqrt{2}}{2}, \frac{-8+3\sqrt{2}}{2}\}$, (d) $\{3 - i, 3 + i\}$,
 (e) $\{\frac{3-i\sqrt{3}}{2}, \frac{3+i\sqrt{3}}{2}\}$, (f) $\{\frac{3(-1-\sqrt{7})}{4}, \frac{3(-1+\sqrt{7})}{4}\}$, (g) $\{\frac{3-i\sqrt{3}}{2}, \frac{3+i\sqrt{3}}{2}\}$

8. Rešiti jednačine

- (a) $\frac{3x^2-1}{2} + \frac{2x+1}{3} = \frac{x^2-2}{4} + \frac{1}{3}$ (b) $\frac{x-1}{3} + \frac{x^2}{2} = \frac{3(x-1)}{8} - \frac{x+11}{24}$
 (c) $\frac{(2x+3)^2}{3} - \frac{(3x-2)^2}{5} - \frac{11}{5} = 0$ (d) $\frac{2y^2}{3} - \frac{20y}{9} - \frac{3y}{2} + 5 = \frac{2y^2}{9} - \frac{17y}{18} + 1$
 (e) $(x-4)^2 + \frac{x-4}{3} + x - 7 = \frac{x-4}{4} - x + 1$ (f) $(2x-1)(x+1) - \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{x-3}{2} - x$

rešenje: (a) $\{-\frac{8}{15}, 0\}$, (b) $x_{1,2} = \pm i$, (c) $\{0, \frac{96}{7}\}$, (d) $\{\frac{9}{4}, 4\}$, (e) $\{\frac{23}{12}, 4\}$, (f) $\{-1, -\frac{1}{7}\}$

9. Rešiti jednačine

- (a) $\frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{x-4} = \frac{4-x}{x^2-4x}$ (b) $\frac{2x-5}{x^2-3x} - \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x-5}{x^2-9} = 0$
 (c) $\frac{2x}{x-2} - 1 = \frac{1}{x^2-4}$ (d) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$

rešenje: (a) $x = 12$, (b) $x = -\frac{3}{2}$, (c) $\{-3, -1\}$, (d) $\{-\frac{5}{4}, 1\}$

10. Rastaviti kvadratne trinome na linearne činioce:

- (a) $2x^2 - 7x + 3$ (b) $6x^2 - 5x + 1$

rešenje: (a) $(x - 3)(2x - 1)$, (b) $(2x - 1)(3x - 1)$

11. Skratiti razlomke

- (a) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-10x+9}$ (b) $\frac{8x^2-6x+1}{2x-1}$
 (c) $\frac{3x^2-7x+2}{x^2-4}$ (d) $\frac{3x^2-4x+1}{x^3-1}$

rešenje: (a) $\frac{x-4}{x-9}$, (b) $4x - 1$, (c) $\frac{3x-1}{x+2}$, (d) $\frac{3x-1}{x^2+x+1}$

12. Rešiti jednačine

- (a) $\frac{5x}{2x^2-x-1} - \frac{5}{2x+1} = \frac{4x-5}{x^2-1}$ (b) $\frac{x(x+5)}{x^2-8x+12} + \frac{x+1}{x+7} = \frac{2x-2}{x+7} + \frac{12(x-1)}{x^2-8x+12}$
 (c) $\frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{x^2+3x+2}$ (d) $\frac{10}{3(2x^2+3x-2)} + \frac{x}{x^2+x-2} = \frac{3x+4}{3(2x^2-3x+1)}$

rešenje: (a) $\{-\frac{5}{8}, 2\}$, (b) $\{3, \frac{40}{11}\}$, (c) $x = 1$, (d) $x = 3$

13. Rešiti jednačine, ako je $a, b \in R$

- (a) $\frac{x-b}{b} + \frac{5a}{x+5a} = \frac{6a(a+b)}{bx+5ab}$ (b) $\frac{1}{a-bx} - \frac{1}{a+bx} = \frac{x^2-8b^2}{a^2-b^2x^2}$
 (c) $\frac{x-5}{x^2-ax} - \frac{x-1}{x^2+ax} + \frac{x+1}{x^2-a^2} = 0$ (d) $\frac{p+x-2q}{2p-q} - \frac{p-2q}{x} = 1$

rešenje: (a) $\{-6a, a+b\}$, (b) $\{-2a, 4b\}$, (c) $\{3, -2a\}$, (d) $\{2p - q, 2q - p\}$

14. Za koje vrednosti realnog parametra m su rešenja kvadratne jednačine

(a) $(m + 2)x^2 + 4x - 1 = 0$

(b) $4x^2 + 8x + m + 4 = 0$

konjugovano-kompleksna?

rešenje: (a) $m < 6$, (b) $m > -\frac{1}{16}$

15. Za koje vrednosti realnog parametra m su rešenja kvadratne jednačine

(a) $mx^2 + (2m + 5)x + m = 0$

(b) $2mx^2 + 3x - 1 = 0$

realna i različita?

rešenje: (a) $m > -\frac{5}{4}$, (b) $m > -\frac{9}{8}$

16. Za koje vrednosti realnog parametra m kvadratne jednačine imaju realna i jednaka rešenja:

(a) $x^2 - (m + 1)x + 2m - 1 = 0$,

(b) $(2m + 1)x^2 - (m + 2)x + m - 3 = 0$?

rešenje: (a) $m_1 = 1, m_2 = 5$, (b) $m_1 = -\frac{4}{7}, m_2 = 4$

17. U datim jednačinama odrediti realan parametar m tako da rešenja jednačine zadovoljavaju date relacije:

(a) $x^2 - 3mx + m^2 = 0, x_1^2 + x_2^2 = 112$,

(b) $x^2 - 5x + m - 4 = 0, x_1^2 + x_2^2 = 13$,

(c) $x^2 - x + m - 1 = 0, x_1^3 + x_2^3 = 7$

rešenje: (a) $m_{1,2} = \pm 4$, (b) $m = 10$, (c) $m = -1$

18. U jednačini $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ odrediti realan broj m ako je $x_1 = x_2 + 3$.

rešenje: $m = 11$

19. U jednačini $x^2 - (2m + 1)x + 5m - 4 = 0$ odrediti realan parametar m ako između rešenja važi relacija $4x_2 - x_1 = 10$.

rešenje: $m_1 = \frac{17}{16}, m_2 = 2$

20. Odrediti m u jednačini $5x^2 + mx - 1 = 0$ tako da važi $5x_1 + 2x_2 = 1$.

rešenje: $m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = -4$

21. U kvadratnoj jednačini $(11 - m^2)x^2 + 2(m + 1)x - 1 = 0$ odrediti realan parametar m tako da rešenja zadovoljavaju relaciju $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$.

rešenje: $m = 2$

22. U jednačini $3x^2 - 2(m + 1)x + m - 1 = 0$ odrediti realan broj m ako je $9x_1x_2^2 + 3x_1^3 + 9x_1^2x_2 + 3x_2^3 = 192$.

rešenje: $m = 5$

23. U jednačini $x^2 + (m - 3)x + 1 - 2m = 0$ odrediti vrednost parametra m tako da koreni jednačine zadovoljavaju jednakost $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -6$.

rešenje: $m_1 = 1, m_2 = 13$

24. U jednačini $x^2 + mx + 2 = 0$ odrediti parametar m pod uslovom da koreni jednačine zadovoljavaju relaciju $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{5}{4}$.

rešenje: $m_{1,2} = \pm 3$

25. Za koje je vrednosti realnog broja m jedno rešenje kvadratne jednačine $(m - 3)x^2 - (m + 4)x + 3m = 0$ tri puta veće od drugog?

rešenje: $m_1 = -\frac{4}{15}, m_2 = 4$

26. Odrediti vrednost parametra k tako da rešenja jednačine $2x^2 - (k^2 - 3k)x - 6k^2 = 0$ budu 3 i -4 .

rešenje: $k = 2$

27. Za koje m je zbir korena jednačine $x^2 + (2 + m - m^2)x - m^2 = 0$ jednak nuli?

rešenje: $m_1 = -1, m_2 = 2$

28. Odrediti vrednosti realnih brojeva m i n za koje jednačine

(a) $(m - 1)x^2 - (m + 1)x + m = 0$ i $nx^2 - (2n + 2)x + 2n = 0$;

(b) $x^2 - 6x + 8 = 0$ i $(2m - n)x^2 - (m + 4)x + 4n - 2m = 0$

imaju oba rešenja zajednička.

rešenje: (a) $m = n = 2$, (b) $m = 2, n = 3$

29. Napisati kvadratnu jednačinu čija su rešenja

(a) $x_1 = 3, x_2 = 5$

(b) $x_1 = 3, x_2 = -2$

(c) $x_1 = -6, x_2 = \frac{1}{2}$

(d) $x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3}$

(e) $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = 3\sqrt{2}$

(f) $x_1 = 3 + i, x_2 = 3 - i$

(g) $x_1 = 2 + 3i, x_2 = 2 - 3i$

rešenje:

(a) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(b) $x^2 - x - 6 = 0$

(c) $2x^2 + 11x - 6 = 0$

(d) $x^2 - 4x + 1 = 0$

(e) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$

(f) $x^2 - 6x + 10 = 0$

(g) $x^2 - 4x + 13 = 0$

□

□