

1. Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

(a) **Domen**

$$x^2 - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$$

$$D_f: x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$$

(b) **Presek sa x-osom ($f(x) = 0$)**

$$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

Dakle, tačka preseka sa x-osom je tačka $N(0,0)$

(c) **Presek sa y-osom ($x = 0$)**

$$f(0) = \frac{0^3}{0^2 - 3} = 0$$

Dakle, presek sa y-osom je tačka $(0,0)$

(d) **Asimptote**

Vertikalne:

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^-} \frac{x^3}{x^2 - 3} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^+} \frac{x^3}{x^2 - 3} = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^-} \frac{x^3}{x^2 - 3} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} \frac{x^3}{x^2 - 3} = +\infty$$

Dakle, vertikalne asimptote su prave

$$x = \sqrt{3} \text{ i } x = -\sqrt{3}$$

Horizontalna:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 3} = \infty$$

Dakle, nema horizontalnih asimptota

Kosa:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x(x^2 - 3)} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 3} - x \right) = 0$$

Dakle, kosa asimptota je prava

$$y = x$$

(e) **Monotonost i ekstremne vrednosti**

$$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 9)}{(x^2 - 3)^2}$$

$$-\infty \quad -3 \quad -\sqrt{3} \quad 0 \quad \sqrt{3} \quad 3 \quad \infty$$

x^2	+	+	+	+	+	+
$x^2 - 9$	+	-	-	-	-	+
$(x^2 - 3)^2$	+	+	+	+	+	+
$f'(x)$	+	-	-	-	-	+
$f(x)$	↗	↘	↘	↘	↘	↗

$$A_{max} \left(-3, -\frac{9}{2} \right)$$

$$B_{min} \left(3, \frac{9}{2} \right)$$

(f) **Konveksnost (konkavnost) i prevojne tačke**

$$f''(x) = \frac{6x(x^2 + 9)}{(x^2 - 3)^3}$$

	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	∞
$6x$	-	-	+	+	
$x^2 + 9$	+	+	+	+	
$(x^2 - 3)^3$	+	-	-	+	
$f''(x)$	-	+	-	+	
$f(x)$	∩	∪	∩	∪	

$N(0,0)$

Prevojna tačka je tačka $N(0,0)$

(g) **Grafik funkcije**

