

1. Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$$

(a) **Domen**

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$D_f: x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

(b) **Presek sa x-osom** ($f(x) = 0$)

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}i$$

Dakle, funkcija nema preseka sa x-osom

(c) **Presek sa y-osom** ($x = 0$)

$$f(0) = \frac{0^2 + 2}{0^2 - 1} = -2$$

Dakle, presek sa y-osom je tačka $Y(0, -2)$

(d) **Asimptote**

Vertikalne:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = \infty$$

Dakle, prava $x = 1$ je vertikalna asimptota.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = \infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = -\infty$$

Dakle, prava $x = -1$ je vertikalna asimptota.

Horizontalna:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} = 1$$

Dakle, prava $y = 1$ je horizontalna asimptota.

Kosa:

Nema kose asimptote, jer kada razlomljena racionalna funkcija ima horizontalnu asimptotu, nema kosu (i obrnuto).

(e) **Monotonost i ekstremne vrednosti**

$$f'(x) = \frac{-6x}{(x^2 - 1)^2}$$

	$-\infty$	-1	0	1	∞
$-6x$	+	+	-	-	
$(x^2 - 1)^2$	+	+	+	+	
$f'(x)$	+	+	-	-	
$f(x)$	\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow	

$$A_{max}(0, -2)$$

(f) **Konveksnost (konkavnost) i prevojne tačke**

$$f''(x) = \frac{18x^2 + 6}{(x^2 - 1)^3}$$

	$-\infty$	-1	1	∞
$18x^2 + 6$	+	+	+	
$(x^2 - 1)^3$	+	-	+	
$f''(x)$	+	-	+	
$f(x)$	U	\cap	U	

Nema prevojnih tačaka, jer u tačkama u kojima se menja konveksnost i konkavnost funkcija nije definisana

(g) **Grafik funkcije**

