

Maturalski zadaci za predmet: MATEMATIKA

1. Tri učenika su na takmičenju iz matematike postigli izvanredan uspeh: Bane je bio peti sa 85 poena, Mirjana šesta sa 81 poenom i Nataša sedma sa 77 poena. Škola ih nagrađuje sa 33.200 dinara i to upravno srazmerno broju osvojenih poena, a obrnuto srazmerno osvojenom mestu. Po koliko dinara je dobio svako od njih?
2. Za oblaganje sobe tapetama potrebna je 21 rolna tapeta širokih 50cm i dugih 8m. Koliko treba tapeta dugih 7.5m i širokih 56cm?
3. Sveže grožđe sadrži 80% vode, a suvo 12%. Koliko kilograma svežeg grožđa treba za 16kg suvog grožđa?
4. Sumu od 75.000 dinara sa 15% kamatne stope donese 45 000 dinara kamate. Po kojoj stopi će suma od 112.500 dinara za isto vreme doneti istu kamatu?
5. Uprostiti izraz: $\left(\frac{a+2}{a+1} - \frac{1}{a+3}\right) : \left(\frac{a+2}{a+3} + \frac{1}{a+1}\right)$
6. Uprostiti izraz: $\frac{a^2 + ab - ax - bx}{a^2 - ab + ax - bx} : \frac{a-x}{a+x}$
7. Srednja duž trapeza jednaka je polovini zbira njegovih osnovica. Dokazati.
8. Uprostiti izraz: $\frac{x-3}{x^2+3x+9} + \frac{1}{x-3} - \frac{x^2+2x+12}{x^3+27}$
9. Ako je T težište trougla ABC. dokaži da je $\overline{TA} + \overline{TB} + \overline{TC} = \vec{0}$.
10. Dokaži da su dva oštrogla trougla podudarna ako su im jednaki sledeći elementi: $c = c_1, h_c = h_{c_1}, a = a_1$
11. Reši nejednačinu: $\frac{x+1}{2x-3} < \frac{2}{3}$
12. Reši sistem jednačina:
$$\begin{aligned} 5x + 3y + 37 &= 0 \\ 10x - 3y + 38 &= 0 \end{aligned}$$
13. Osnovici jednakokrakog trougla ABC odgovara visina $h_a = 16\text{cm}$, a visina koja odgovara kraku je $h_b = 12\text{cm}$. Obim sličnog trougla $A_1B_1C_1$ je 22cm. Izračunaj stranice trougla $A_1B_1C_1$
14. Reši nejednačinu i skup rešenja prikaži grafički: $\frac{2-x}{5} - \frac{2x-3}{3} > 1$
15. Neka su x_1, x_2 koreni jednačine $x^2 - 5x + 6 = 0$. Ne rešavajući jednačinu odredi $x_1^3 + x_2^3$.
16. Uprostiti izraz: $\left(\frac{a^2b}{2cd^4}\right)^2 : 4\left(\frac{a^4b^5}{c^{-2}}\right)^{-1}, (a, b, c, d \neq 0)$
17. Za funkciju $y = x^2 - 4x + 3$ odredi nule, ekstremne vrednosti i znak funkcije.
18. U jednačini $x^2 - 8x + c = 0$ odredi parametar c ako je jedan koren ove jednačine -2.
19. Za koje vrednosti promenjive x je razlomak $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3}$ veći od 3?
20. Za funkciju $y = x^2 + 2x - 3$ odredi nule, znak, ekstremne vrednosti i monotonost funkcije.
21. Reši jednačinu: $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^9$
22. Reši jednačinu: $2 - \sqrt{3+x^2} = x$
23. Izračunaj vrednost izraza: $2 \cdot \log_5 125 \cdot 2^{1+\log_2 4} - 3^{2\log_3 9-1}$
24. Reši jednačinu: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$
25. Dokazati da je: $\cos^2 \alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha + 2) \cdot (2\operatorname{tg} \alpha + 1) - 5 \sin \alpha \cos \alpha = 2$
26. Uprostiti izraz: $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + 2 \cos(\alpha - \beta)$
27. U krugu su date tetive $AB = 8\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. One grade međusobno ugao $\alpha = 60^\circ$. Izračunati

poluprečnik kružnice.

28. Reši jednačinu: $\cos 2x - \sin x = 0$

29. Reši jednačinu: $\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x = 0$

30. Izračunaj površinu i zapreminu pravilne trostrane piramide čija je osnovna ivica $a = 16\text{cm}$, a bočna ivica $s = 17\text{cm}$.

31. Pravilna četverostrana prizma ima omotač površine 8m^2 , a dijagonalu 3m . Izračunaj njenu zapreminu.

32. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su površine osnova $B_1 = 50\text{cm}^2$, $B_2 = 8\text{cm}^2$ i površina dijagonalnog preseka $P_{dp} = 28\text{cm}^2$.

33. Visina pravilne četverostrane zarubljene piramide iznosi 3cm , zapremina 38cm^3 , površine osnova odnose se kao 4:9. Izračunati površinu omotača zarubljene piramide.

34. Izračunati dužinu poluprečnika R lopte opisane oko pravog valjka dužine poluprečnika osnove $r = 3\text{cm}$ i visine $H = 5\text{cm}$.

35. Izvodnica prave zarubljene kupe je $s = 5\text{cm}$, a poluprečnici osnova su $R = 5\text{cm}$, $r = 1\text{cm}$. Izračunati poluprečnik osnove pravog valjka koji ima sa njom jednaku visinu i jednaku površinu omotača.

36. Pravougli trapez čije su osnovice $a = 10\text{cm}$, $b = 2\text{cm}$, $P = 90\text{cm}^2$ rotira oko veće osnovice. Izračunaj površinu i zapreminu dobijenog tela.

37. Koliko ima brojeva deljivih sa 3 koji se nalaze između 2 i 322. Koliki je zbir tih brojeva?

38. Kod koje aritmetičke progresije je zbir prvih osam članova 92, a zbir drugog i osmog člana 26?

39. Naći prvi član geometrijske progresije čiji je količnik $q = 5$, poslednji član $a_n = 15625$, a zbir svih članova $S_n = 19531$.

40. Data je funkcija prosečnog prihoda $p = 3 - \sqrt{x}$. Odredi količinu i cenu pri kojim se ostvaruje maksimalan ukupan prihod i vrednost maksimalnog ukupnog prihoda.

41. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $M(-3, 4)$ i a) paralelna je, b) normalna sa pravom.

42. Odredi jednačinu prave koja sadrži tačku $M(1, 1)$ i sa koordinatnim osama obrazuje trougao površine $P = 2\text{cm}^2$.

43. Uz koju će kamatnu stopu suma od 25.000 dinara za 15 godina narasti na 85.975 dinara ako je kapitalisanje godišnje dekurzivno?

44. Za koje će se vreme 26.800 dinara uloženi sa $p = 5\%(pa)d$ pri godišnjem kapitalisanju uvećati do 42.000 dinara.

45. Zajam se amortizuje jednakim polugodišnjim anuitetima za 5 godina uz $5\%(pa)d$ interesa. Koliki je ostatak zajma posle osam uplaćenih anuiteta, ako je šesta otplata 82.345,26 dinara?

46. Deseti interes zajma koji se otplaćuje jednakim godišnjim anuitetima 18 godina uz $6\%(pa)d$ i godišnje kapitalisanje iznosi 12.000 dinara. Odredi ostatak duga u poslednjoj godini.

47. Za funkciju $y = \frac{x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^2 + 4x + 3}$ naći graničnu vrednost kada $x \rightarrow 1$.

48. Naći sledeću graničnu vrednost: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{x^2 - 4}$.

49. Pokazati da je za funkciju: $y = \text{tg}x$, $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

50. Naći izvod funkcije po definiciji: $y = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$.

51. Odredi monotonost i ekstremnu vrednost funkcije: $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$.

52. Ispitaj tok i skiciraj grafik funkcije: $y = \frac{x^2 - 6x - 3}{x - 3}$.

53. Broj kombinacija četvrte klase bez ponavljanja od n elemenata je 70. Naći n ?
54. Koliko različitih legura se može dobiti od pet različitih metala ako se mešaju na sve načine a) po dva metala; b) po tri metala; c) po četiri metala.
55. Koliko se signala može načiniti sa različitih zastavica uzimajući ih po jednu, po dve, po tri, po četiri i po pet zajedno?
56. Od deset hemičara i osam biologa treba izabrati grupu od sedam članova tako da grupa sadrži najmanje četiri hemičara. Na koliko načina je to moguće izvesti ?
57. Kolika je verovatnoća da će dve bačene kocke pokazati brojeve čiji je zbir osam?
58. Kocka za igru baca se pet puta. Kolika je verovatnoća da se broj šest pojavi na gornjoj strani ne manje od dva puta, ni više od četiri puta ?
59. Data je funkcija tražnje $x = -\frac{p}{4} + 100$. Odredi proizvodnju x za koju je ukupni prihod maksimalan i odredi taj maksimalan prihod.
60. Naći prvi izvod funkcije $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$.