

GIMNAZIJA LAZAREVAC

ZADACI IZ MATEMATIKE
ZA MATURSKI ISPIT



1. Uprosti izraz $\left(\frac{ab}{ab}\right) \left(\frac{ab}{ab}\right) a$

2. Uprosti izraz $\left(\frac{2x^2y}{xy^3}\right) \left(\frac{xy^3}{2x^2y}\right)$

3. Uprosti izraz $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{t}$
 $\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$

4. Uprosti izraz $\frac{1}{(abac)} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{t}$
 $\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$

5. Izračunati $\left(\frac{1}{a^2}\right) \left(\frac{1}{b^2}\right) \left(\frac{1}{c^2}\right)$ ako je $p = \frac{3}{2}$ i $q = \sqrt{7}$.

6. Uprosti izraz $\frac{1}{a} \left(\frac{a+1}{a}\right) \left(\frac{1}{a}\right)$ za $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

7. Uprosti izraz $\left(\frac{a^2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{a}\right)$, $a \neq \pm 1$.

8. Uprosti izraz $\left(\frac{a^2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{a}\right)$

9. Ako je $a \neq 1/2$ uprosti izraz $\frac{ab}{2a}$

10. Za $xy \neq 0$ i $x \neq y$ uprosti izraz $\left(\frac{xy}{x}\right) \left(\frac{1}{xy}\right)$

11. Skratiti razlomak $\frac{a+2ab-4}{a+4ab+4}$

12. Skratiti razlomak $\frac{ab^2c-b^3}{ab(a-b-c)}$

13. Skratiti razlomak $\frac{ab^2c-b^3}{ab(a-b-c)}$

14. Izračunati vrednost izraza $\left(\frac{ab}{ab}\right) \left(\frac{ab}{ab}\right) a$ za $a = \frac{3}{10}$ i $b = \frac{6}{5}$

15. Ako je $a=30$ i $b=6$ izračunati vrednost izraza $\left(\frac{ab}{ab}\right) \left(\frac{ab}{ab}\right)$

16. Rastaviti na činioce a) $a^2+2ab+b^2-c^2$ b) $x^2-1-2x-y^2$ c) x^2-y^2-x+y d) $m^2+2mn+n^2-x^2+2xy-y^2$

17. Rastaviti na činioce a) $7x^3+2x^2-63x-18$ b) $p^3x^2-q^3x^2-p^3+q^3$ c) a^6-1 d) $x^3y^3-x^3-y^3+1$

18. Rastaviti na činioce a) $5x^{n+2}-20x^n$ b) $4a^{3n}-100a^n$

19. Odrediti realan parametar m tako da polinom $P(x)=x^5+mx^3+3x^2-2x+8$ bude deljiv sa $x+2$.

20. Za koje je vrednosti realnih parametara a, b i c polinom $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ deljiv binomima $x-1, x+2$ i $x-3$?

21. Za koje je vrednosti realnih parametara a, b i c polinom $P(x)=3x^4-5x^3+ax^2+bx+c$ deljiv binomima $x-1, x+1$ i $x-2$?

22. Odrediti realne parametre a i b tako da polinom $P(x)=ax^3-bx^2-5x+4$ pri deljenju sa $x+1$ daje ostatak 6, a pri deljenju sa $x-1$ daje ostatak 2.
23. Odrediti realne parametre a , b i c tako da polinom $P(x)=x^4+x^3+ax^2+bx+c$ pri deljenju sa $x-1$, $x-2$ i $x-3$ daje redom ostatke 1, 2, 3.
24. Za koje je realne vrednosti parametra m polinom $P(x)=mx^3+11x^2+7x+m$ deljiv sa $2x+3$?
25. Odrediti realne parametre a , b , c tako da polinomi $P(x)$ i $Q(x)$ budu jednaki
 a) $P(x)=x^3-2x^2+3$ i $Q(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$ b) $P(x)=2x^3-x^2+x+4$ i $Q(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$

II LINEARNE JEDNAČINE NEJEDNAČINE I SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA

- Rešiti jednačinu $|4x-6|-2x-12=0$.
- Rešiti jednačinu $|x-3|+2|x+1|=7$.
- Rešiti jednačinu $|3x-2|+x=2$.
- Rešiti jednačinu $||2x-3-x+1||-4x=$
- U jednačini $(k^2-1)x+k+1=0$ odrediti realan parametar k tako da jednačina nema rešenja.
- Diskutovati rešenja jednačine $a(a-5)x=a^2-6x-4u$ u zavisnosti od parametra a .
- Rešiti nejednačinu $1 < \frac{3x+10}{x+7} < 2$.
- Rešiti nejednačinu u skupu prirodnih brojeva $\frac{x+3}{x-4} < \frac{1}{x+2} < \frac{2}{2x}$
- Rešiti nejednačinu $x|x|-4x < 0$.
- Rešiti nejednačinu $|x+1| > 2|x+2|$.
- Rešiti nejednačinu $\left| \frac{x+2}{x+1} \right| > 1$.
- Rešiti nejednačinu $\frac{|x+2|}{x^2+3x+2} < 1$
- Rešiti sistem jednačina $\frac{2x+3y}{5} = \frac{3x+4y}{4}$
- Diskutovati rešenja sistema jednačina $3kx-4y=9$ i $3x-ky=1$ u zavisnosti od parametra k .
- Diskutovati rešenja sistema jednačina $4x-my=6+m$ i $mx-y=2m$ u zavisnosti od parametra m .

III PROCENTNI RAČUN

- Cena košulje je 64 dinara. Posle poskupljenja od 20% došlo je do pojeftinjenja od 20%. Kolika je nova cena košulje?
- Preduzeće treba da podeli 1 386 000 dinara na 21 visokokvalifikovanog radnika, 63 kvalifikovanog radnika i 126 nekvalifikovanih radnika po ključu 12:8:5. Odrediti pojedinačnu dobit svakog radnika iz ove tri kategorije.
- Koliko časova dnevno treba da rade 16 radnika da bi za 15 dana iskopali 3600 tona uglja, ako 24 radnika za 12 dana radeći po 7 časova dnevno iskopaju 3780 tona?
- 15 radnika završe posao za 24 časa. Posle 10 časova rada posao napuste tri radnika. Koliko još treba da rade preostali radnici da bi završili posao?
- Jedan posao su odradila 3 radnika i zaradila 246 000 dinara. Prvi radnik je radio 15 dana po 6 časova, drugi 9 dana po 8 časova i treći 12 dana po 7 časova. Koji deo zarade pripada svakom radniku?
- Koliko časova dnevno treba da rade četiri traktora da bi za 35 dana porali 3640ha ako tri takva traktora radeći dnevno po 14 časova za 25 dana poru 1820ha?
- Za izradu hleba koriste se dve vrste brašna po ceni od 0,72 i 0,64 dinara po kilogramu. Koliko treba uzeti od svake vrste da bi se dobila mešavina od 1600 kg po ceni od 0,70 dinara po kilogramu?
- Jedan posao su započela 33 radnika i po planu bi ga završili za 80 dana. Međutim posle 16 radnih dana, 9 radnika napusti posao. Za koliko dana je posao završen?
- Radeći 8 časova dnevno 20 radnika je zaradilo 12 000€ za 15 dana. Koliko časova dnevno treba da rade 40 radnika da bi za 10 dana zaradili 10 000€?
- U izvesnu kolicinu 80% alkohola dodato je 12 litara vode i dobijen je 60% alkohol. Kolika je prvobitna kolicina alkohola?
- Planirano je da 5 radnika izvrši popis robe za 4 dana radeći po 8 časova dnevno. Međutim drugog dana se razbole 2 radnika i ne dođu na posao, pa se ostali dogovore da svakog dana rade po 2 sata duže. Da li je popis završen na vreme?
- Tri sela su izgradila zajednički most. Troškovi izgradnje od 76 000 dinara podeljeni su srazmerno broju stanovnika. Koliko je platilo svako selo ako imaju redom 1500, 2400 i 1800 stanovnika?
- Zbog oštećenog puta vozač je morao da smanji brzinu autobusa za 22% u odnosu na planiranu. Za koliko procenata vozač mora da poveća brzinu da bi se ponovo kretao planiranom?
- Sveže pečurke sadrže 90% vode, a suve 12%. Koliko kilograma suvih pečurki se može dobiti od 22 kilograma svežih?
- Cena neke robe je najpre povećana za 20%, a posle mesec dana je smanjena za 20%. Posle ove promene prvobitna cena se smanjila za 60 dinara. Za koliko dinara bi se smanjila prvobitna cena ako bi najpre bila smanjena, a potom povećana za 10%?
- Ruda sadrži 40% primesa. Metal dobijen iz te rude sadrži 4% primesa. Koliko se metala dobija iz 24 tone rude?
- Ako se stranica jednakokraničnog trougla površine $1cm^2$ prvo smanji za 20% a zatim stranice tako dobijenog trougla se povećaju za 20%, izračunati površinu nastalog trougla.
- Cena hleba povećana je za 150%, za koliko procenata treba da se smanji nova cena da bi bila ista kao i pre poskupljenja?

IV STEPENOVANJE I KORENOVANJE

- Uprostiti izraz $\left(\frac{3^2}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $x \neq 0$, $y \neq 0$.

2. Izračunati vrednost izraza $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$
3. Izračunati vrednost izraza $\frac{2^{-2} + 5\left(\frac{1}{2}\right)^0}{3 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$
4. Izračunati vrednost izraza $0,5^{-1} + 0,25^{-2} + 0,125^{-3} + 0,0625^{-4}$
5. Uprostiti izraz $a\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a^3}$, za $a \geq 0$.
6. Izračunati vrednost izraza $16^{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - 16^{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$.
7. Izračunati vrednost izraza $\frac{\sqrt[2]{3} + \sqrt[2]{3}}{\sqrt{2} \sqrt[2]{3} \sqrt{2} \sqrt[2]{3}}$
8. Izračunati vrednost izraza $\sqrt[2]{3} \sqrt[5]{5} \sqrt[1]{34}$
9. Izračunati vrednost izraza $\frac{1 - 5^{\frac{1}{2}}}{1 + 5^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{5^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}}}{4}$
10. Izračunati vrednost izraza $\frac{\left(\sqrt[3]{32} \sqrt[3]{1}\right) \left(\sqrt[3]{32} \sqrt[3]{1}\right)}{\left(\sqrt[3]{31} \sqrt[3]{33}\right) \left(\sqrt[3]{33} \sqrt[3]{31}\right)}$
11. Izračunati vrednost izraza $\left(\frac{3}{16} \left(8 + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{25} - 1\right)^4$
12. Neka je $M = \frac{\sqrt[2]{21} \sqrt[2]{21}}{\sqrt[2]{24}}$. Tada je broj M : a) prirodan b) ceo ali nije pozitivan c) racionalan ali nije ceo d) iracionalan manji od 8 e) iracionalan veći od 8
13. Izračunati vrednost izraza a) $2^{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} + 10^{\frac{1}{2}}$ b) $32^{0,6} - 16^{0,75} + 1,44^{0,5}$
14. Izračunati vrednost izraza $\frac{\left(\frac{1}{6} \sqrt[4]{154} \sqrt[4]{1}\right) \left(\frac{1}{6} \sqrt[4]{154} \sqrt[4]{1}\right)}{\left(\frac{1}{6} \sqrt[4]{154} \sqrt[4]{1}\right) \left(\frac{1}{6} \sqrt[4]{154} \sqrt[4]{1}\right)}$
15. Neka je $A = \frac{\sqrt[4]{423} \sqrt[3]{34}}{\sqrt[3]{3}}$. Tada je broj A : a) prirodan b) ceo ali nije pozitivan c) racionalan ali nije ceo d) iracionalan manji od 3 e) iracionalan veći od 3
16. Izračunati vrednost izraza $(a+1)^1 + (b+1)^1$ ako je $a = (4\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$ i $b = (4\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$
17. Izračunati vrednost izraza $[f(4)]^{-1} \cdot [f(16)]^{-1}$ ako je $f(x) = \sqrt{x} \sqrt[3]{x}$
18. Ako je $x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$ izračunati $\frac{2a\sqrt{x^2+1}}{x+\sqrt{x^2+1}}$ i $\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$
19. Izračunati vrednost izraza $\frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}} + 1}{x - 1} + \frac{3}{x^{\frac{3}{2}} + 1}$ za $x=16$
20. Izračunati vrednost izraza $\frac{\left(\sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn}\right) \left(\sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn}\right)}{\left(\sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn}\right) \left(\sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn} \sqrt[2]{mn}\right)}$ za $x = \sqrt{mn}$
21. Ako je $x > 0$ i $y > 0$ uprostiti izraz $\frac{1}{\sqrt{xy} \sqrt{xy} \sqrt{xy} \sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{xy} \sqrt{xy} \sqrt{xy} \sqrt{xy}}$
22. Izračunati vrednost izraza $\frac{x^2 - 2\sqrt{3} \sqrt[3]{4x}}{x^2 - \sqrt[3]{43}}$ za $x = \sqrt{3} - \sqrt[3]{2}$

23. Izračunati vrednost izraza $\left(\frac{a^2}{a^2} + \frac{b^2}{b^2}\right)^1$ ako je $a = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$, $b = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

24. Racionalisati imenilac $\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{a}\sqrt{b}}$

25. Racionalisati imenilac $\frac{1+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{6}}}$

26. Racionalisati imenilac $\frac{1}{\sqrt[3]{x-y}}$

27. Racionalisati imenilac $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt[3]{b}}$

28. Uprostiti izraz $\frac{x-1}{x^2+1} \cdot \frac{x^5+1}{x^5-1} \cdot \frac{2}{x^{5x+1}}$

29. Uprostiti izraz $\frac{a^2 b^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{b}{a^2 b^2}$

30. Uprostiti izraz $\left(\frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) \cdot \frac{1}{z^2}$

31. Uprostiti izraz $\sqrt[3]{a} \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{a}$

32. Uprostiti izraz $\frac{x\sqrt{y} + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}\sqrt{y}}$

33. Uprostiti izraz $\frac{x\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{x^2y}}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y}}$

34. Uprostiti izraz $\frac{a^2}{\sqrt{a}\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{a}} \cdot \sqrt{c}$

35. Uprostiti izraz $\frac{a^2(ab)^2 (a^2)}{a^2 (ab)^2 ab}$ i izračunati njegovu vrednost za $a=10^{-3}$ i $b=10^{-2}$

36. Izračunati vrednost izraza $[(a+a^{-1}) - (b+b^{-1})]^{1/2}$ za $a = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$, $b = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

37. Izračunati vrednost izraza $\sqrt{\sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{4} \sqrt{5} \sqrt{6} \sqrt{7} \sqrt{8} \sqrt{9} \sqrt{10} \sqrt{11} \sqrt{12} \sqrt{13} \sqrt{14} \sqrt{15} \sqrt{16} \sqrt{17} \sqrt{18} \sqrt{19} \sqrt{20}}$

38. Izračunati vrednost izraza $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{x^3}}$, za $x \in \mathbb{R}$

39. Izračunati vrednost izraza $\sqrt{1-\sqrt{3}} \sqrt{1+\sqrt{3}}$

40. Uprostiti izraz a) $\sqrt[5]{\sqrt[5]{a^5} \sqrt[5]{b^5} \sqrt[5]{c^5} \sqrt[5]{d^5} \sqrt[5]{e^5}}$

b) $\sqrt{\frac{ab}{a^2+b^2} + \frac{ab}{a^2+b^2}} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-1} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-1}$

41. Uprostiti izraz a) $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$ b) $\frac{2}{a-a+1} \cdot \frac{1}{a^2}$

42. Uprostiti izraz $\frac{\sqrt{xy} + \sqrt{yx}}{\sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y}\sqrt{x}}$

43. Uprostiti izraz $\left(\frac{xy}{\sqrt{xy}} + \frac{yx}{\sqrt{yx}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}$

44. Uprostiti izraz $\frac{1}{\sqrt{a}} \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{1}{\sqrt{a}}$

45. Uprostiti izraz $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} \frac{1}{\sqrt{ab}}$

46. Uprostiti izraz $\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$ za $x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$, gde je $a > 0, 0 < b < 1$

47. Uprostiti izraz $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{3}{3}$

48. Pokazati da vrednost izraza $\frac{a}{1+a} \frac{a}{1+a} \frac{a}{1+a}$ ne zavisi od a

49. Uprostiti izraz $\frac{1}{a} + \frac{2}{1+a} + \frac{1}{a}$

50. Uprostiti izraz $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{3}{3}$

V KOMPLESNI BROJEVI

1. Naći realni i imaginarni deo broja $\frac{3-i}{5-2i} + \frac{5+2i}{3+i}$

2. Ako realni deo x i imaginarni deo y kompleksnog broja $z = x + iy$ predstavljaju rešenja sistema $3x - 2y = \frac{1}{2}$ i $3x + 2y = 4$ izračunati

$$\frac{z}{z-2} - \frac{z}{z}$$

3. U skupu kompleksnih brojeva rešiti jednačinu $z^3 - 1 = 0$.

4. Ako je $z = 3 + 2i$ izračunati $z^2 - 2iz - 9 - 6i$

5. Ako je $(2+i)(a+ib) = 5-5i$ gde su a i b realni brojevi izračunati $a+b$

6. Odrediti imaginarni deo kompleksnog broja $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$

7. Izračunati vrednost izraza $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2000}$

8. Naći zbir rešenja jednačine $\left(\frac{1+ix}{1-ix}\right)^4 = 1$.

9. Ako je i imaginarna jedinica izračunati $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2000}$

10. Izračunati vrednost izraza $\sqrt{1-i} + \sqrt{1+i}$

11. Izračunati $\sqrt[4]{i}$

12. Koliko ima kompleksnih brojeva koji zadovoljavaju jednakost $z|z| + 4z + 5\bar{z} + 2i = 0$?

13. Izračunati vrednost izraza $\frac{i^{1998} + i^{1997}}{i^{1996} - i^{1995}}$

14. Izračunati vrednost izraza $\frac{1+i^{738} + i^{748}}{i^{757}}$

15. Izračunati vrednost izraza $z_1^3 + z_2^3$ ako je $z_1 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ i $z_2 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

16. Izračunati vrednost izraza $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{1998} - \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{1999}$

17. Koliko ima kompleksnih brojeva za koje važi $\bar{z} = z^2$?

18. Izračunati $\sqrt{\frac{2z-3}{z+1}}$ ako je $z=1+i$ (rešenje svesti na algebarski oblik kompleksnog broja $z=a+ib$).
19. Ako je $z = \frac{(2-i)(1+i)}{3-i}$ izračunati modul od z .

VI KVADRATNA FUNKCIJA , JEDNAČINA, NEJEDNAČINA

1. Naći sve realna vrednosti parametra r za koje je polinom $(r^2-1)x^2+2(r-1)x+1$ pozitivan za svako realno x .

2. Naći rešenja jednačine $\frac{|x-2|}{x^2-3x+2} \geq 2$.

3. Rešiti jednačinu ~~$x^2 - (3\sqrt{2})x + 7\sqrt{5} = 0$~~

4. Rešiti jednačinu ~~$(1-x)^2 = (1-x)\sqrt{5} + 2$~~

5. Odrediti proizvod svih rešenja jednačine ~~$x^2 - 2x + 2 = 0$~~

6. Odrediti zbir celobrojnih rešenja nejednačine $x^2 - 4x \leq 5$.

7. Ako su $x_1=p$, $p \neq 0$ i $x_2=q$, $q \neq 0$ rešenja jednačine $x^2+px+q=0$ izračunati zbir $p+q$.

8. Odrediti parametar $p \in \mathbf{R}$ tako da rešenja kvadratne jednačine $x^2-(p-2)x+3=0$ zadovoljavaju uslov $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1$.

9. Odrediti parametar m tako da rešenja jednačine $x^2-2(m-2)x-(2m-4)=0$, po x budu jednaka

10. Odrediti parametar a tako da jednačina $2x^2+(a-9)x+a^2+3a+4=0$ ima realna rešenja

11. Odrediti skup svih vrednosti realnog parametra m za koje je razlika većeg i manjeg rešenja kvadratne jednačine $x^2+6x+m=0$ veća od 4

12. U jednačini $x^2+mx+m-1=0$ odrediti realna parametar m tako da rešenja jednačine budu različitog znaka i da se međusobno razlikuju za 4

13. Odrediti parametar m tako da rešenja jednačine $4x^2=(3-m)(4x-1)$ budu realna, različita i zadovoljavaju relaciju $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq \frac{1}{3}$

14. U kom intervalu treba da leži parametar a da bi trinom $x^2-2ax-6a+12$ bio veći od -4 za svako realno x

15. U zavisnosti od parametra k odrediti prirodu rešenja jednačine $(k-2)x^2-(k+1)x+4=0$

16. Napisati kvadratnu jednačinu čija su rešenja ~~$x_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ i $x_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$~~

17. Napisati kvadratnu jednačinu čija su rešenja $x_1 = 3 + \sqrt{3}i$ i $x_2 = 3 - \sqrt{3}i$

18. Odrediti skup svih realnih vrednosti parametra p tako da rešenja jednačine $x^2-px+6=0$ zadovoljavaju uslov $x_1-x_2=1$.

19. Odrediti parametar a tako da jedan od korena ~~$x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$~~ bude kvadrat drugog korena.

20. U jednačini $(k-1)x^2+(k-5)x-(k+2)=0$ odrediti parametar k tako da važi : a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$ b) $x_1^2+x_2^2 < 2$ c) $x_1^2x_2+x_1x_2^2 < 2$

21. Za koje vrednosti parametra m jednačine $2x^2-(3m-2)x+12=0$ i $4x^2-(9m-2)x+36=0$ imaju zajedničko rešenje

22. Za koje vrednosti parametra m jednačine $x^2+mx-2m=0$ i $x^2-2mx+m=0$ imaju zajedničko rešenje

23. Odrediti skup svih vrednosti parametra m za koje je funkcija $f(x) = -x^2+(m+3)x+m-6$ negativna za svako realno x .

24. Odrediti tri broja od kojih je srednji po veličini za 5 veći od najmanjeg i za 5 manji od najvećeg, ako se zna da je proizvod najvećeg i najmanjeg jednak 0.

25. Cifra desetica nekog dvocifrenog broja je za 2 veća od cifre jedinica. Ako se taj broj podeli zbirom njegovih cifara, dobija se količnik za 40 manji od broja napisanog istim ciframa obrnutim redom i ostatak 4. Koji je to broj?

26. Rešiti nejednačinu $\frac{-4x+2}{x^2-3x-4} \leq 1$ u skupu realnih brojeva.

27. Rešiti nejednačinu $|x+x^{-1}-4| \leq 2$.

28. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2-3x+4}{1-x^2} > 0$

29. Rešiti nejednačinu $\frac{-x^2+2x-5}{2x^2-x-1} \leq 1$

30. Za koje vrednosti parametra m nejednačina ~~$x^2 - mx + 4 < 0$~~ važi za svako realno x

31. Odrediti proizvod svih rešenja jednačine $\left| \frac{x^2-x-6}{x^2+x-1} \right| = \frac{5}{7}$

32. Odrediti parametar a tako da jednačina $\left| \frac{x^2-2x-3}{x^2-x-1} \right| = a$ ima maksimalan broj različitih rešenja.

33. Odrediti zbir svih celobrojnih vrednosti x za koje je tačna nejednakost $\frac{x^4}{4x^2-8x+21} \leq 1$.

34. Rešiti nejednačinu $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| \leq 1$

35. Rešiti nejednačinu $x^2-2x-3 \leq 0$

36. Rešiti nejednačinu $\left| \frac{x^2-3x-4}{x^2+x+1} \right| < 2$

37. Odrediti skup vrednosti parametra a tako da rešenja jednačine $x^2-ax+a+3=0$ budu negativna.

38. Odrediti razliku najveće i najmanje vrednosti funkcije $y=x^2-4x+7$ na segmentu $[1,4]$.

39. Odrediti skup rešenja nejednačine $\frac{3x^2-17x+18}{x^2-5x+4} \leq 1$.

40. Odrediti interval iz koga je parametar m , ako su oba korena jednačine $x^2+mx+1=0$ iz intervala $(0,2)$.

41. Odrediti najmanji prirodan broj k takav da nejednakost $(k-2)x^2+8x+k+4 > 0$ važi za svako x .

42. Data je funkcija $y = x^2 - 2x + r$ odrediti realan parametar r tako da funkcija bude negativna za svako x

43. Data je funkcija $y = x^2 - 2x + r$ odrediti realan parametar r tako da funkcija bude pozitivna za svako x

44. U jednačini $kx^2-2(k-2)x+k-3=0$ odrediti realan parametar k tako da rešenja jednačine budu istog znaka.

45. Ispitati promene znaka rešenja kvadratne jednačine $(m-4)x^2+2(m-3)x+m+3=0$ u zavisnosti od parametra m

46. Data je jednačina $(m-4)x^2+(m+2)x-m=0$. Za koje vrednosti realnog parametra m su rešenja jednačine suprotnog znaka?

47. Odrediti skup rešenja nejednačine $|x^2-x-6| > 4$.

48. Data je skup funkcija $f(x)=ax^2+bx+c$. Odrediti koeficijente a, b i c tako da važi $f(2)=0, f(3)=7$ i $f(-2)=8$, a zatim skicirati grafik i ispitati tok te funkcije.

49. Rešiti funkcionalnu jednačinu $f(x+2)=x^2-2x-2$

50. Rešiti funkcionalnu jednačinu $f(x-1)=x^2+3x+2$

VII JEDNAČINE KOJE SE SVODE NA KVADRATNE I SISTEMI KVADRATNIH JEDNAČINA

1. Rešiti jednačinu $x^4-(9+a^2)x^2+9a^2=0$

2. Rešiti jednačinu $x^6-28x^3+27=0$

3. Rešiti jednačinu $(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12=0$

4. Rešiti jednačinu $\frac{x^2-2x+7}{x^2-2x+3} = \frac{x^2-2x+4}{x^2-2x+3}$

5. Rešiti jednačinu $(x^2-5x+7)^2-(x-2)(x-3)=1$

6. Ako je $x^2+y^2=34$ i $xy=-15$ izračunati $|x-y|$.

7. Rešiti sistem jednačina $x^2+y^2-xy+x=5$ i $x+2y=4$

8. Rešiti sistem jednačina $(x-y)^2+4(x-y)=21$ i $xy=28$

9. Rešiti sistem jednačina $x^2-3xy+2y^2=0$ i $x^2+2xy+y^2=8$

10. Rešiti sistem jednačina $\frac{x}{y}(x+y-2) = \frac{2}{3}$ i $\frac{y}{x}(x+y-1) = 5$

VIII IRACIONALNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

1. Rešiti jednačinu $\sqrt{4x^2-x^2} = x \leq 2$

2. Rešiti jednačinu $\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+3} = 1$

3. Rešiti jednačinu $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+3} = 2$

4. Rešiti jednačinu $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} + \sqrt{3x} = 4$

5. Rešiti jednačinu $\sqrt{x^2-2} + \sqrt{x+2} = 2$

6. Rešiti jednačinu $2x + \sqrt{2x+1} + \sqrt{x+3} = 4$

7. Rešiti jednačinu $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1} = 4$

8. Rešiti jednačinu $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} = 0$

9. Odrediti interval u kome se nalaze rešenja jednačine $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x} = 5$

10. Odrediti broj rešenja jednačine $\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x+2} = 4$

11. Odrediti broj rešenja jednačine $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+5} = 4$

12. Odrediti broj rešenja jednačine $\sqrt{2x+7} = 2x+1$

13. Odrediti broj rešenja jednačine $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+4} = 2$

14. Rešiti jednačinu $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} = 3$

15. Rešiti jednačinu $\sqrt{x-1025} = x$
16. Odrediti zbir svih rešenja jednačine $\sqrt{x^2-x+3} = x+1$
17. Odrediti zbir svih rešenja jednačine $\sqrt{x^2-4x+4} = x-1$
18. Odrediti zbir kvadrata rešenja jednačine $x\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 3$
19. Rešiti jednačinu $\sqrt{x^2-2x+1} = 1$
20. Rešiti jednačinu $\frac{\sqrt[3]{x+1} \sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt[3]{x^2-1} \sqrt[3]{x+1}} = 1$
21. Rešiti jednačinu $\sqrt{5\sqrt{x}+5\sqrt{x}} = x$
22. Rešiti nejednačinu $\sqrt{-x^2-x+6} > 1$
23. Rešiti nejednačinu $\sqrt{x^2-x+1} < 2x-2$
24. Rešiti nejednačinu $\sqrt{3x-x^2} < 4x$
25. Rešiti nejednačinu $\sqrt{x+6} \sqrt{x+1} < 2x$
26. Rešiti nejednačinu $\sqrt{3+5\sqrt{x-2}} < 4x$
27. Rešiti nejednačinu $\sqrt{3x^2-2x+1} < (x-1)$
28. Odrediti broj celobrojnih rešenja nejednačine $\sqrt{4-4x+3x^2} < x$
29. Rešiti nejednačinu $\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-3x-4}} < 1$
30. Rešiti nejednačinu $\sqrt{\frac{x^2-16}{x-1}} \leq \frac{3}{2}$

IX EKSPONENCIJALNA FUNKCIJA , JEDNAČINE , NEJEDNAČINE

1. Rešiti jednačinu $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5}}}{4^{\frac{x}{5}}} \left(\sqrt[5]{2}\right)^{3x} = 4$
2. Rešiti jednačinu $16^{\frac{1}{x}} = \sqrt{8^x}$
3. Rešiti jednačinu $05^2 \cdot 2^{(x+1)} = 64$
4. Rešiti jednačinu $2^x \cdot 3^{x+1} = 18$
5. Rešiti jednačinu $4^{x+1} + 4^x = 320$
6. Rešiti jednačinu $2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$
7. Rešiti jednačinu $4^{\frac{2}{x}} - 54^{\frac{1}{x}} + 4 = 0$
8. Rešiti jednačinu $5^x - 5^{3-x} = 20$
9. Rešiti jednačinu $9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x$
10. Rešiti jednačinu $4 - 3^{\frac{1}{x}} = 3^{\frac{1}{x-1}} - 2$
11. Rešiti jednačinu $(\sqrt{2\sqrt{3}})^x (\sqrt{2\sqrt{3}})^{-4} = 4$
12. Odrediti interval kome pripada rešenje jednačine $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$
13. Rešiti jednačinu $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$
14. Rešiti jednačinu $2\sqrt{5-1} - 2\sqrt{5+1} = 1$
15. Rešiti jednačinu $2^{x+1} = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 12$
16. Izračunati proizvod kvadrata rešenja jednačine $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$
17. Rešiti jednačinu $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$
18. Rešiti jednačinu $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 = 0$
19. Rešiti jednačinu $2^{2x+3} - 3 \cdot 10^x = 2^x \cdot 5^{x+2} - 20 \cdot 5^{2x}$

20. Izračunati proizvod svih realnih rešenja jednačine ~~$(5x-2)^{2+4} - (5x-2)^{2+4} = 1$~~

21. Izračunati zbir rešenja jednačine $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x = 0$

22. Rešiti jednačinu $5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26$

23. Naći zbir kvadrata rešenja jednačine $2^{x^2-2x+10} = \frac{1}{4}$

24. Rešiti jednačinu $2^{\sqrt{-x^2+2x+3}} = 4^{x-2}$

25. Rešiti jednačinu ~~$\sqrt[3]{32-0,52}$~~

26. Rešiti jednačinu ~~$4^{\sqrt{x-2}} - 32^{\sqrt{x-2}} = 1$~~

27. Rešiti jednačinu $5 \cdot 16^x + 2 \cdot 625^x = 7 \cdot 100^x$

28. Odrediti zbir kvadrata rešenja jednačine $3^{x^2-2x+10} = \frac{1}{9}$

29. Rešiti nejednačinu $5^{2x+1} > 5^x + 4$

30. Rešiti nejednačinu $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} \geq 1$

31. Rešiti nejednačinu $2^x < 7^x$

32. Rešiti nejednačinu $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$

33. Rešiti nejednačinu $7^{1+x} + 7^{1-x} < 50$

34. Rešiti nejednačinu $4^{-x^2} + 2^{2-x^2} > 3$

35. Rešiti nejednačinu $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$

36. Rešiti sistem jednačina $3 \cdot 2^{x+y} - 5 \cdot 2^{x-y} = 172$, $5 \cdot 2^{x+y} - 4 \cdot 2^{x-y} = 304$

37. Rešiti nejednačinu $4^{-x+0,5} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$

38. Rešiti sistem jednačina ~~$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$~~

39. Rešiti nejednačinu $2^{x+2} - 2^{-x+1} - 2 < 0$

40. Rešiti sistem jednačina $2^x + 2^y = 12$, $x + y = 5$

41. Rešiti sistem jednačina $3 \cdot 2^x - 3^y = 11$ i $2^x + 4 \cdot 3^y = 8$

42. Rešiti sistem jednačina $4 \cdot 4^x = 8^y$ i $2 \cdot 2^y = 2^x$

43. Rešiti nejednačinu $4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2} > 7^{x+1} - 7^{x-1}$

44. Rešiti sistem jednačina $3^x - 2^{y/2} = 25$, $3^{2x} - 2^y = 725$

45. Rešiti sistem jednačina ~~$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$~~

X LOGARITAMSKA FUNKCIJA, JEDNAČINE, NEJEDNAČINE I SISTEMI LOGARITAMSKIH JEDNAČINA

1. Odrediti vrednost izraza $\left(\log_2 \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\log_2 \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

2. Odrediti vrednost izraza ~~$5 \log_3 3 + 3 \log_3 5 + 2 \log_3 5$~~

3. Odrediti vrednost izraza $\log_9 \left(\log_2 \frac{1}{2}\right)$

4. Odrediti vrednost izraza ~~$4 \log_2 2 + 2 \log_2 4$~~

5. Odrediti vrednost izraza $3 \log_3 8 + 2 \log_3 8$

6. Ako je $\log_3 2 = a$ izračunati $\log_3 18$

7. Izračunati $\log_{54} 168$ ako je $\log_3 2 = a$

8. Izračunati $\log_{35} 28$ ako je $\log_7 5 = a$

9. Izračunati $\log_{30} 80$ ako je $\log_3 5 = a$

10. Odrediti oblast definisanosti funkcije $y = \sqrt{\log_{\frac{2}{x}} \frac{2x}{x}}$.

11. Odrediti oblast definisanosti funkcije $y = \sqrt{\log_{\frac{x-2}{x+1}} \frac{x-2}{x+1}}$.

12. Izračunati vrednost izraza $[(\log_2 2)^{-1} \cdot \log_2 0,75 + \log_{16} 2]^{-3/2}$.

13. Rešiti jednačinu $\log_5(\log_2(\log_7 x)) = 0$.

14. Izračunati vrednost izraza $(\log_3 4 + \log_2 3)^2 - (\log_3 4 - \log_2 3)^2$.

15. Rešiti jednačinu $\log_3(3 - 2 \cdot 3^{x+1}) = 2 + 2x$.

16. Odrediti vrednost izraza $\log_2 \log_3 \log_4 \log_5 \log_6 \log_7 \log_8 \log_9 \log_{10} \log_{11} \log_{12} \log_{13} \log_{14} \log_{15} \log_{16} \log_{17} \log_{18} \log_{19} \log_{20}$.

17. Između koja dva cela broja se nalazi vrednost izraza $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ ako je $\log_2(\log_3(\log_2 x)) = 1$.

18. Rešiti nejednačinu $\log_2 2 > 1$.

19. Odrediti proizvod svih rešenja jednačine $\log_{10} x^3 \cdot \log_{10} x^4 = 108$.

20. Rešiti jednačinu $\log_2 \log_3 \log_4 \log_5 \log_6 \log_7 \log_8 \log_9 \log_{10} \log_{11} \log_{12} \log_{13} \log_{14} \log_{15} \log_{16} \log_{17} \log_{18} \log_{19} \log_{20}$.

21. Rešiti jednačinu $\log_2 \log_3 \log_4 \log_5 \log_6 \log_7 \log_8 \log_9 \log_{10} \log_{11} \log_{12} \log_{13} \log_{14} \log_{15} \log_{16} \log_{17} \log_{18} \log_{19} \log_{20}$.

22. Rešiti jednačinu $\log_{10}(\log_2(x+1)) = \log_{10} x$.

23. Rešiti jednačinu $\log x + \log(x+3) = \log(x-6)$.

24. Rešiti jednačinu $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$.

25. Rešiti jednačinu $\log_3(\log_3(2x-5)) = 0$.

26. Rešiti jednačinu $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$.

27. Odrediti zbir rešenja jednačine $\frac{\log_2(x+1)}{\log_2 x} = 3$.

28. Odrediti interval kome pripada rešenje jednačine $\frac{\ln(\sqrt{x+1})}{\ln x - 40} = 1$.

29. Izračunati proizvod svih rešenja jednačine $2^{\log x} - 10^{\log x} = 2$.

30. Odrediti zbir svih rešenja jednačine $\log_2^2 \log_3 \log_4 \log_5 \log_6 \log_7 \log_8 \log_9 \log_{10} \log_{11} \log_{12} \log_{13} \log_{14} \log_{15} \log_{16} \log_{17} \log_{18} \log_{19} \log_{20}$.

31. Rešiti nejednačinu $\log_2(x^2 + 1) < 1$.

32. Neka je $0 < a < 1$ rešiti nejednačinu $\frac{1}{\log_a x} > 1$.

33. Rešiti sistem jednačina $\begin{cases} \log_2(x+y) = 3 \\ \log_3(x-y) = 1 \end{cases}$.

34. Rešiti sistem jednačina $\begin{cases} \log_2(x+y) = 3 \\ \log_3(x-y) = 1 \end{cases}$.

35. Rešiti sistem jednačina $x \log y = \log 8$ i $\frac{x+1}{x-1} \log_2 10 = 2$.

XI TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

1. Izračunati $\operatorname{tg} \alpha$ ako je $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$.

2. Odrediti ostale trigonometrijske funkcije ugla α ako je $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{a^2 - 4}{4a}$.

3. Odrediti parametar $\lambda \in \mathbf{R}$ tako da jednačina po x $3 \sin x + 4 \cos x = \lambda$ ima rešenja u skupu realnih brojeva.

4. Odrediti broj rešenja jednačine $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$ koja pripadaju segmentu $[0, 2\pi]$.

5. Naći sva rešenja jednačine $(\cos x + \sin x)^2 = \cos 2x$.

6. Rešiti jednačinu $\operatorname{tg} x = 2 \cos \frac{x}{2}$.

7. Dokazati identitet $\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}$.

8. Rešiti jednačinu $\sin x \cos x + \cos x - \sin x = 0$.
9. Rešiti jednačinu $2\sqrt{3}\sin\alpha = 2\sqrt{3}\cos\alpha$.
10. Izračunati $\frac{1}{2\sin\theta} - 2\sin\theta$.
11. Odrediti broj rešenja jednačine $\sin^2 x - \cos x + 1 = 0$ na segmentu $[1996\pi, 1997\pi]$.
12. Rešiti jednačinu $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$.
13. Uprostiti izraz $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$.
14. Rešiti jednačinu $3\operatorname{tg}^2 x - 8\cos^2 x + 1 = 0$.
15. Uprostiti izraz $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{1 + 2\sin^2 \alpha}$.
16. Rešiti jednačinu $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.
17. Koliko rešenja ima jednačina $3\sin x + 4\cos x = 0$ na segmentu $[-\pi, \pi]$.
18. Koliko rešenja ima jednačina $\sin x = \cos x$ na segmentu $[0, 3\pi]$.
19. Odrediti broj rešenja jednačine $1 + \frac{\sin 2x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ na segmentu $[1997\pi, 1998\pi]$.
20. Ako je $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$, onda je $\frac{2\sin \alpha \cos \alpha}{4\sin \alpha - 3\cos \alpha}$?
21. Rešiti jednačinu $\sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha = \frac{1}{4}$.
22. Dokazati $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
23. Rešiti nejednačinu $\cos 2x > \sin 2x$ za $x \in [0, 2\pi]$.
24. Rešiti nejednačinu $\sin x + \sin 3x \geq 0$.
25. Naći uglove trougla čije su stranice $a=10$, $b=18$ i $c=9$.

XII ANALITIČKA GEOMETRIJA

1. Data je kružnica $x^2 + y^2 = 169$. Odrediti dužinu njene tetive čije je središte u tački $S(3,4)$.
2. Samo jedna od pravih $p_1: x+y-2=0$, $p_2: x+y-4=0$, $p_3: x+2y-3=0$, $p_4: 2x+y-3=0$, $p_5: x+y+1=0$ nije ni tangenta ni sečica kružnice $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$. Koja?
3. Odrediti rastojanje presečne tačke pravih $4x-3y=0$ i $y-x=1$ od koordinatnog početka.
4. Odrediti tačku R simetričnu sa tačkom $P(-5,13)$ u odnosu na pravu $2x-3y-3=0$.
5. Odrediti ortogonalnu projekciju tačke $A(8,9)$ na pravu $x+2y+5=0$.
6. Odrediti jednačinu simetrale duži čije su krajnje tačke $A(4,1)$ i $B(2,5)$.
7. Naći ugao pod kojim se elipsa $x^2+3y^2=12$ vidi iz tačke $P(0,4)$.
8. Naći ortogonalnu projekciju tačke $T(1,2)$ na pravu $x+y+1=0$.
9. Odrediti rastojanje između tangenti hiperbole $x^2-4y^2=20$ koje su normalne na pravu $4x+3y+8=0$.
10. Odrediti rastojanje tačke $M(1,1)$ od centra kruga $x^2+y^2-4x-4y+4=0$.
11. Odrediti rastojanje centra kružnice $x^2+y^2+2x-6y+6=0$ od koordinatnog početka.
12. Ako je dužina tetive kružnice $(x-3)^2+(y-4)^2=r^2$ na osi Ox jednaka 6, naći dužinu tetive te kružnice na osi Oy .
13. Prave p i q sadrže tačku $T(3,6;4,8)$, međusobno su normalne i sa osom Ox grade trougao površine 24. Odrediti obim tog trougla.
14. Odrediti parametar p tako da prava $y=2x+p$ u ravni Oxy dodiruje parabolu $y=x^2-x$.
15. Temena trougla su tačke $A(-5,-8)$, $B(-5,2)$ i $C(3,0)$. Izračunati jednačine simetrala stranica trougla i poluprečnik opisanog kruga.
16. Naći presečne tačke parabole $y^2=4x$ i kružnice $x^2-9x+y^2+4=0$.
17. Naći parametar a tako da prava $y=ax+11$ dodiruje elipsu $3x^2+2y^2=11$.
18. Odrediti ugao pod kojim se elipsa $x^2+3y^2=12$ vidi iz tačke $P(0,4)$.
19. Napisati jednačinu tangenti kružnice $(x-2)^2+y^2=1$ koje prolaze kroz koordinatni početak.
20. Napisati jednačinu kružnice čiji je centar presek pravih $x+y=3$ i $3x-y=5$, a koja dodiruje pravu $x-y=2$.
21. Date su tačke $A(1,2)$, $B(2,3)$ i $C(2,5)$. Napisati jednačinu kružnice kojoj je centar tačka C, a tangenta je prava određena tačkama A i B.
22. Napisati jednačinu prave kojoj pripada tetiva kružnice $x^2+y^2-4x+2y+1=0$, a čije je središte tačka $A(3,0)$.
23. Odrediti jednačinu elipse koja dodiruje prave $x+y-8=0$ i $x+3y+16=0$.
24. Odrediti rastojanje tačke $A(2,1)$ od prave $3x+4y+1=0$.
25. Odrediti površinu trougla ako njegove stranice pripadaju pravama $x+y-4=0$, $x-y+2=0$ i $3x-y-8=0$.
26. Napisati jednačinu kružnice koja je koncentrična kružnici $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ i prolazi kroz tačku $M(3,2)$.
27. Ako tačka $M(x,y)$ pripada pravoj $2x+y-6=0$ i ako je jednako udaljena od tačaka $A(3,5)$ i $B(2,6)$, odrediti proizvod xy .
28. Napisati jednačinu prave koja sadrži presek pravih $x-3y+1=0$ i $2x+5y+13=0$, a ortogonalna je na pravu $2x-y+3=0$.
29. Dva naspramna temena kvadrata su $A(-1,3)$ i $C(5,1)$. Napisati jednačinu prave određene dijagonalom BD.
30. Date su tačke $A(1,1)$ i $B(3,11)$. Odrediti zbir koordinata tačke S koja deli duž AB u razmeri $AS:SB=3:7$.
31. Odrediti najkraće rastojanje tačke M na krugu $(x-2)^2+(y+3)^2=4$ od tačke N na krugu $(x+4)^2+(y-5)^2=9$.
32. Prava $2x-3y+4=0$ seče parabolu $y^2=4x$ u dvema tačkama. Napisati jednačine tangenti parabole u tim tačkama.
33. Data je parabola $y^2=2px$ i kružnica sa centrom u žiži te parabole i poluprečnikom $r=2p$. Naći ugao pod kojim se seku te krive.
34. Odrediti ostala temena i površinu trougla ako je dato teme $A(4,-1)$, $h_c: 2x-3y+12=0$ i $t_c: 2x+3y=0$.
35. Izračunati površinu površi koja je ograničena elipsom koja sadrži tačke $A(4,1)$ i $B(-2,-2)$ i hiperbolom $xy=4$.
36. Odrediti koordinate tačke C koja je podjednako udaljena od tačaka $A(2,3)$ i $B(5,6)$, ako je njeno rastojanje od koordinatnog početka $d = 5\sqrt{2}$.
37. Na krugu $x^2+y^2-2x-4y=20$ naći tačku A najbližu pravoj $3x+4y+34=0$ i izračunati rastojanje tačke A od te prave.

38. Odrediti jednačine tangenti elipse $x^2+3y^2=28$ koje sa pravom $x-5y-20=0$ grade ugao od 45° .
 39. Iz tačke A(5,9) konstruisane su tangente na parabolu $y^2=5x$. Odrediti jednačinu prave određene dodirnim tačkama.

XIII PLANAMETRIJA I STEREOMETRIJA

- Neka je ABC pravougli trougao sa pravim uglom u temenu C i neka su njegove katete $BC=a$ i $AC=b$. Ako je D presečna tačka simetrale pravog ugla i hipotenuze AB i D_1 normalna projekcija tačke D na katetu AC. Izračunati DD_1 .
- Težišne duži AD i CE trougla ABC seku se u tački T. Središte duži AE je tačka F. Izračunati odnos površina truglova TFE i ABC
- U oštrogom trouglu su date dve stranice $a=15\text{cm}$ i $b=13\text{cm}$ i poluprečnik opisane kružnice $R=8,125\text{cm}$. Izračunati treću stranicu tog trougla.
- Simetrale dva unutrašnja ugla trougla zaklapaju ugao od 137° . Izračunati treći ugao tog trougla.
- Izračunati odnos poluprečnika upisane i opisane kružnice trougla čije su stranice $a=5\text{cm}$, $b=8\text{cm}$ i $c=11\text{cm}$
- Zbir kateta pravouglog trougla je 17, a dužina njegove hipotenuze 13. Kolika je površina tog trougla?
- Naći uglove jednakokrakog trougla čija je površina $4\sqrt{3}$, a visina koja odgovara osnovici je dužine 2.
- Kvadrat i jednakostraničan trougao imaju jednake obime. Površina trougla je $9\sqrt{3}$. Izračunati dijagonalu kvadrata.
- Oko kruga poluprečnika 15cm opisan je jednakokraki trapez čija je dužina kraka 17cm. Izračunati manju osnovicu trapeza.
- Ako je poluprečnik opisanog kruga pravouglog trougla 5cm, a poluprečnik upisanog 2cm. Izračunati dužine njegovih kateta.
- Dat je kvadrat ABCD stranice 8cm. Kružnica sadrži temena A i D i dodiruje stranicu BC. Izračunati poluprečnik te kružnice.
- Ako tačka dodira upisanog kruga pravouglog trougla i hipotenuze deli hipotenuzu na odsečke dužine 5cm i 12cm, izračunati razliku kateta tog trougla.
- Srednja linija trapeza deli trapez na dva dela čije se površine odnose kao 7:5. Odrediti odnos osnovica tog trapeza.
- Površina paralelograma stranica 10cm i 12cm je 60cm^2 . Izračunati zbir dužina visina tog paralelograma.
- Oko kružnice poluprečnika 2cm opisan je jednakokraki trapez površine 20cm^2 . Izračunati dužinu kraka tog trapeza.
- U datu pravu kupu poluprečnika osnove r i visine $H=r\sqrt{2}$ upisana je kocka ABCDA₁B₁C₁D₁ tako da osnova ABCD pripada osnovi kupe a temena A₁, B₁, C₁ i D₁ pripadaju omotaču kupe. Naći odnos zapremina kupe i kocke.
- U kocku ABCDA₁B₁C₁D₁ upisana je četvorostrana piramida ABCDA₁. Ako je površina piramide 1cm^2 , odrediti površinu kocke.
- Jednakostraničan trougao stranice $a=2\text{cm}$ rotira oko prave p koja je normalna na osnovicu AB trougla i sadrži teme A tog trougla. Odrediti zapreminu nastalog tela.
- Kanal za vodu dugačak je 5m i može da prihvati 1440l vode. Poprečni presek kanala je jednakokraki trapez čiji je krak 52cm, a visina 48cm. Koliko vode prihvata kanal od polovine svoje visine?
- Na ravan sto su stavljene tri lopte poluprečnika različitih dužina. One dodiruju sto u tačkama A, B i C i svake dve se međusobno dodiruju. Ako su stranice trougla ABC jednake $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ i $CA=8\text{cm}$, odrediti proizvod dužina poluprečnika te tri lopte.
- Odrediti zapreminu paralelepipeda čije su sve strane rombovi stranice a i oštrog ugla 60° .
- Sfera S_1 poluprečnika r_1 upisana je u kocku ivice 1, a sfera S_2 poluprečnika r_2 opisana je oko te kocke. Naći zbir $r_1^2 + r_2^2$.
- U jednakostraničan trougao stranice $a=6\sqrt{3}\text{cm}$ upisan je krug. Ako ova figura rotira oko visine trougla, naći odnos zapremina rotacionih tela dobijenih rotacijom trougla i kruga.
- Osnova trostrane piramide je jednakostraničan trougao stranice a , a ortogonalna projekcija vrha te piramide na ravan osnove je težište tog trougla. Ako bočne strane grade sa ravni osnove uglove od 60° , izračunati površinu piramide.
- Visina i izvodnica prave kupe odnose se kao 4:5, a njena zapremina je $96\pi\text{cm}^3$. Izračunati površinu te kupe.
- Osnovna ivica pravilne četvorostране piramide je $a=18\text{cm}$, a bočna ivica je za 3 cm duža od visine piramide. Izračunati površinu piramide.
- Dužina osnovne ivice pravilne trostrane piramide je 6, a bočna ivica zaklapa sa ravni osnove ugao od 45° . Odrediti zapreminu piramide.
- Kada se omotač kupe razvije u ravni, dobije se četvrtina kruga poluprečnika $4\sqrt{5}$. Izračunati zapreminu kupe.
- Ako je α ugao diedra pravilnog tetraedra stranice a odrediti $\cos\alpha$.
- Osnova piramide je jednakokraki trapez sa paralelnim stranicama $a=5\text{cm}$ i $b=3\text{cm}$ i krakom $c=7\text{cm}$. Podnožje visine piramide je u preseku dijagonala osnove, a veća bočna ivica piramide je 10cm. Izračunati zapreminu piramide.
- Dužina visine pravilnog tetraedra je $H=2\sqrt{3}\text{cm}$. Odrediti dužinu ivice tog tetraedra.
- Dužina osnovne ivice pravilne četvorostране piramide je 18 cm, a visina bočnih strana je za 3 cm duža od visine piramide. Izračunati površinu piramide.
- Odrediti rastojanje temena B od dijagonale AC' kocke ABCDA'B'C'D' ivice 1cm.
- Poluprečnik osnove prave kupe je r , a dve uzajamno normalne izvodnice dele omotač te kupe u odnosu 1:2. Naći zapreminu kupe.
- Površina pravilnog valjka je $8\pi\text{cm}^2$, a visina mu je za 1cm kraća prečnika osnove. Naći zapreminu valjka.
- Odrediti zapreminu pravilnog tetraedra upisanog u sferu poluprečnika R.
- Bočna ivica pravilne četvorostране piramide je 3dm i sa ravni osnove gradi ugao od 45° . Naći zapreminu piramide.
- Odrediti zapreminu pravilne četvorostране piramide čija je bočna ivica s , a α ugao koji ona zaklapa sa ravni osnove.
- Kocka ABCDA'B'C'D' je stranice a . Naći zapreminu piramide čija su temena DCA'D'.
- U jednakoivičnu četvorostranu piramidu upisana je kocka tako da se temena gornje osnove kocke poklapaju sa središtima strana piramide, a donja osnova leži u osnovi piramide. Naći odnos zapremina ta dva tela.
- U pravilan tetraedar ivice a upisana je pravilna trostrana prizma tako da se temena gornje osnove prizme poklapaju sa centrima strana tetraedra, a donja osnova prizme pripada osnovi tetraedra. Izračunati odnos zapremina ta dva tela.
- Izračunati površinu i zapreminu tela koje nastaje rotacijom pravougaonika oko njegove dijagonale ako se zna da su stranice pravougaonika 20cm i 15cm
- Jednakokraki trapez čije su osnove 25cm i 7cm i čija je dijagonala normalna na krak rotira oko kraka. Izračunati površinu i zapreminu nastalog tela.
- U kupu poluprečnika r i visine H upisana je kocka. Izračunati odnos zapremina ta dva tela
- Romb čije su dijagonale 3dm i 4dm rotira oko visine koja prolazi kroz centar romba. Izračunati površinu i zapreminu nastalog tela.

XIV ARITMETIČKA I GEOMETRIJSKA PROGRESIJA

- Ako je n -ti član aritmetičke progresije jednak m , a m -ti član jednak n odrediti a_{n-m} .
- Zbir tri broja koji obrazuju rastuću geometrijsku progresiju je 126, ako je srednji član jednak 24 odrediti najmanji član.
- Treći članovi aritmetičkog i geometrijskog niza su jednaki i iznose 6. Ako su i prvi članovi ovih nizova jednaki, a zbir prvih 6 članova aritmetičkog niza je 42,75 odrediti šesti član geometrijskog niza.
- Dužina dijagonale pravouglog paralelopipeda je 6cm, a površina 72cm^2 . Izračunati osnovne ivice tog paralelopipeda ako se zna da one obrazuju geometrijsku progresiju.
- Cife jednog trocifrenog broja obrazuju rastući aritmetički niz. Ako ovaj broj podelimo zbirom njegovih cifara, dobija se količnik 12 i ostatak 3. Ako se broju doda 594, dobija se broj napisan istim ciframa obrnutim redom. Odrediti taj broj.

6. Rešiti jednačinu $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = 4$.
7. Rešiti jednačinu $5^{4n-9} = 625$ gde je n prirodan broj.
8. Zbir prva četiri člana aritmetičke progresije je za 8 manji od dvostrukog zbira prva tri člana te progresije. Ako je četvrti član te progresije 19 odrediti njen peti član.
9. Zbir k uzastopnih prirodnih brojeva je 66 (prvi može, a i ne mora biti 1). Koliko različitih vrednost broja k ima?
10. Naći tri broja koja čine aritmetičku progresiju, ako je njihov zbir 18, a proizvod 162.
11. Brojevi a_1, a_2 i a_3 su tri uzastopna člana geometrijske progresije sa količnikom $q=2$, a brojevi a_2, a_3 i a_4 su tri uzastopna člana aritmetičke progresije sa razlikom $d=6$. Naći zbir $a_1+a_2+a_3+a_4$.
12. Peti član aritmetičke progresije je 16 a jedanaesti je 31. Izračunati zbir prvih 17 članova te progresije.
13. Četiri pozitivna broja čine geometrijsku progresiju. Ako je prvi veći od drugog za 36, a treći od četvrtog za 4, izračunati njihov proizvod.
14. Tri broja čiji je zbir 26 čine geometrijski niz. Uveća li se srednji član za 4 dobija se aritmetički niz. Koji su to brojevi?
15. Zbir prva tri člana geometrijske progresije je 14, a zbir prvog i trećeg člana je dva puta veći od zbira drugog i četvrtog člana. Odrediti treći član te progresije.
16. Zbir tri uzastopna člana aritmetičke progresije je 150. Ako je najveći od njih četiri puta veći od najmanjeg izračunati njihov proizvod.
17. Zbir tri broja je 21, a zbir njihovih recipročnih vrednosti je $\frac{7}{12}$. Ako ti brojevi obrazuju rastući geometrijski niz izračunati njihov proizvod.
18. Četiri broja čine rastući aritmetički niz. Njihov zbir je 16, a zbir njihovih kvadrata je 84. Izračunati zbir njihovih kubova.
19. Tri broja čiji je zbir 63 obrazuju aritmetički niz. Ako od prvog oduzmemo 7, od drugog 9, a od trećeg 5 dobija se geometrijski niz. Koji su to brojevi?
20. Zbir prva tri člana geometrijskog niza je 91. Ako tim članovima dodamo redom 25, 27 i 1 dobićemo tri broja koja obrazuju aritmetički niz. Odrediti sedmi član datog geometrijskog niza.

XV FUNKCIJE

1. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{x^3 - 1}{x^2}$.
2. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{x^2}{2} \ln \frac{x}{2}$.
3. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$.
4. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = (2x^2 - 3x)e^x$.
5. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{x^3}{3 - x^2}$.
6. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{x^2 - 4}{9 - x^2}$.
7. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \frac{3x - x^2}{x - 4}$.
8. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = \ln(4 - x^2)$.
9. Skicirati grafik i ispitati tok funkcije $y = x - 2 - \frac{6}{x - 4}$.
10. Data je funkcija $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 4$. Odrediti parametar a tako da funkcija ima ekstremum za $x = -1$ i za tako određenu vrednost parametra a skicirati grafik i ispitati tok funkcije. Izračunati površinu ograničenu krivom x -osom i y -osom.

XVI IZVODI I NJIHOVA PRIMENA

1. Odrediti ekstremne vrednosti i ispitati monotonost funkcije $y = (3 - x^2) \cdot e^x$.
2. Naći prvi izvod funkcije $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$.
3. Naći izvod funkcije $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2-3}}$.
4. Naći izvod funkcije $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-12}}$.
5. Naći izvod funkcije $y = \frac{1}{\ln \frac{1}{x+1}}$.
6. Naći drugi izvod funkcije $y = \sqrt{x^2+1} \ln \frac{1}{x}$.
7. Naći prvi izvod funkcije $y = \sin \frac{1}{3} \sin^3$.

8. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $y = x^2 e^{-2x}$.
9. Napisati jednačinu tangente krive $y = x^4 - x^2 + 3$ u tački $M(1, y)$.
10. Odrediti ekstremne vrednosti i intervale rašćenja i opadanja funkcije $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$.
11. Odrediti prevojne tačke i intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $y = \frac{x^3}{x^2 + 12}$.
12. Odrediti ekstremne vrednosti i intervale rašćenja i opadanja funkcije $y = x - \ln x$.
13. Dokazati da funkcija $y = 2 \cos 3x$ zadovoljava jednačinu $y'' + 9y = 0$.
14. Odrediti ekstremne vrednosti i prevojne tačke funkcije $y = \frac{2x}{1 + x^2}$.
15. Napisati jednačinu tangente krive $y = \frac{x + 2}{2x - 1}$ u tački u kojoj ta kriva seče y-osu.

XVII GRANIČNE VREDNOSTI I NJIHOVA PRIMENA

1. Odrediti graničnu vrednost
- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - 1} - x \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x - 4)^{x+1}}{(3x + 2)^3}$.
2. Odrediti graničnu vrednost
- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 1)^{2x+1}}{(x - 2)^2}$.
3. Odrediti graničnu vrednost
- a) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$.
4. Odrediti asimptote funkcije $y = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$.
5. Odrediti graničnu vrednost $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{1/x}$.
6. Odrediti asimptote funkcije $y = \frac{1 + x^2}{1 - x}$.
7. Odrediti asimptote funkcije $y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 + x - 2}$.

XVIII INTEGRALI I NJIHOVA PRIMENA

1. Izračunati $\int x^2 e^x dx$.
2. Izračunati $\int x \arctg x dx$.
3. Izračunati $\int \frac{3x - 2}{x^2 - 4x + 5} dx$.
4. Izračunati $\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$.
5. Izračunati $\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + x}$.
6. Izračunati $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$.
7. Izračunati površinu figure ograničene linijama $y = 7x - 2x^2$ i $x + y = \frac{7}{2}$.
8. Izračunati površinu figure ograničene parabolom $y = 2x - x^2$ i pravom $x + y = 0$.
9. Izračunati zapreminu tela koje nastaje rotacijom oko x-ose figure ograničene parabolom $y = 2x - x^2$ i pravom $y = 0$.

10. Izračunati površinu ograničenu lukom krive $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4$, x -osom i ordinatama njenih ekstremnih tačaka.

XIX KOMBINATORIKA I BINOMNI OBRAZAC

1. Naći peti član u razvoju binoma $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$.
2. Odrediti koeficijent uz član a^7b^8 u razvoju binoma $(a+b)^{15}$.
3. U razvoju $(\sqrt[3]{a} + \sqrt{a^{-1}})^5$, $a > 0$, odrediti član koji ne zavisi od a .
4. U razvoju binoma $(x^2 + \frac{a}{x})^m$, $x \neq 0$ i $m \in \mathbb{N}$, koeficijenti četvrtog i trinaestog člana su međusobno jednaki. Naći član koji ne sadrži x .
5. Zbir koeficijenata prvog, drugog i trećeg člana u razvoju $(x^2 + \frac{1}{x})^m$, $m \in \mathbb{N}$, $x \neq 0$, je 46. Odrediti član koji ne sadrži x .
6. U razvoju binoma $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{y}{x})^m$, $x \neq 0$, $m \in \mathbb{N}$, odrediti član koji ne sadrži x ako se zna da je koeficijent trećeg člana za 5 veći od koeficijenta drugog člana.
7. Treći član u razvoju binoma $(2x + \frac{1}{x^2})^m$, $x \neq 0$, $m \in \mathbb{N}$, ne sadrži x . Odrediti sve vrednosti x tako da taj član bude jednak drugom članu u razvoju $(1+x^3)^{30}$.
8. Za koju vrednost x u razvijenom obliku binoma $(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x+1}}})^n$ zbir trećeg i petog člana je 135, ako je zbir binomnih koeficijenata poslednja tri člana 22?
9. Odrediti x tako da zbir trećeg i sedmog člana u razvoju binoma $(\sqrt{\cos} + \sqrt{\sin})^5$ bude 7.
10. Naći prirodan broj n takav da zbir koeficijenata drugog i trećeg člana u razvoju binoma $(\sqrt[5]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[9]{x}})^n$ bude 153. Za tako određeno n odrediti član kojine sadrži x .

