

Прва група

1. Решити експоненцијалну једначину: $0,125 \cdot 4^{2x-8} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$
2. Решити експоненцијалну једначину: $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$
3. Израчунати вредност израза $\log_a x - 4\log_{\frac{1}{a}} x - 5\log_a x$
4. Израчунати вредност логаритма $\log_4 39,2$ на основу датих $\log_7 2 = a$; $\log_2 10 = b$.
5. (1. ИЗБОРНИ ЗАДАТАК): Израчунати вредност логаритма $\log_{54} 168$ на основу датих $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$.
(2. ИЗБОРНИ ЗАДАТАК): Решити експоненцијалну једначину $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

Друга група

1. Решити експоненцијалну једначину: $\frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{(0,04)^x}{25}$
2. Решити експоненцијалну једначину: $2^{x+4} - 3 \cdot 5^x = 5^{x+1} - 2^{x+2}$
3. Израчунати вредност израза $\log_a \frac{b}{a} + \log_a \frac{a}{bx} - \log_{\frac{1}{a}} x$
4. Израчунати вредност логаритма $\log_6 48$ на основу датих $\log_{12} 2 = a$.
5. (1. ИЗБОРНИ ЗАДАТАК): Израчунати вредност логаритма $\log_{54} 168$ на основу датих $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$.
(2. ИЗБОРНИ ЗАДАТАК): Решити експоненцијалну једначину $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

① ТРЕБАНО ЈЕ РЕШИТИ ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНУ ЈПТ:

(I ГРУПА) $0,125 \cdot 4^{2x-8} = \left(\frac{0,125}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$ (II ГРУПА) $\frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{(0,04)^x}{25}$

$$\frac{1}{8} \cdot 2^{2(2x-8)} = \left(\frac{4^{-1}}{2^{1/2}}\right)^{-x}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{x+0,5}}{5^{1/2}} = \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^x}{25}$$

$$\frac{4x-16-3}{2} = \frac{2^{2x}}{2^{-x/2}}$$

$$\frac{5^{-x-0,5}}{5^{0,5}} = \frac{5^{-2x}}{5^2}$$

$$\frac{4x-19}{2} = 2^{\frac{5x}{2}}$$

$$5^{-x-1} = 5^{-2x-2}$$

$$4x-19 = \frac{5x}{2} / \cdot 2$$

$$-x-1 = -2x-2$$

$$3x = 38 \text{ тј. } x = \frac{38}{3}$$

$$x = -1$$

② $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+1} - 5^{x+3}$

$$2^{x+4} - 3 \cdot 5^x = 5^{x+1} - 2^{x+2}$$

(I ГРУПА) $7 \cdot 3 \cdot 3^x - 5 \cdot 5^x = 3 \cdot 3^x - 5 \cdot 5^x$

(II ГРУПА) $2^x \cdot 16 + 2^x \cdot 4 = 5^x \cdot 5 + 3 \cdot 5^x$

$$5^x(5^3 - 5^2) = 3^x(3^4 - 7 \cdot 3)$$

$$20 \cdot 2^x = 8 \cdot 5^x$$

$$100 \cdot 5^x = 60 \cdot 3^x$$

$$\frac{2^x}{5^x} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{5^x}{3^x} = \frac{6}{10} \text{ тј. } \left(\frac{5}{3}\right)^x = \frac{3}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5} \text{ тј. } x = 1$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} \text{ тј. } \underline{\underline{x = -1}}$$

③ ТРЕБАНО ЈЕ ОДРЕДИТИ ВРЕДНОСТ ИЗРАЗА ПРАВИЛНОМ ЛОГАРИТУМ.

(I ГРУПА) $\log_a x - 4 \log_a x - 5 \log_a x =$
 $= \log_a x - 4 \log_a x - \log_a x^5 =$
 $= \log_a x + 4 \log_a x - \log_a x^5 =$
 $= \log_a x + \log_a x^4 - \log_a x^5 =$
 $= \log_a x^5 - \log_a x^5 = \log_a 1 = 0$

(II ГРУПА) $\log_a \frac{b}{a} + \log_a \frac{a}{bx} - \log_a x =$
 $= \log_a \left(\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{bx}\right) - \log_a x =$
 $= \log_a x^{-1} + \log_a x =$
 $= \log_a (x \cdot x^{-1}) = \log_a 1 = 0.$

4) Трета изречката на Бреуго

(I ррча) $\log_7 2 = a, \log_2 10 = b$

$$\log_4 39,2 = \frac{\log_2 39,2}{\log_2 4} = \frac{\log_2 10}{2 \log_2 2} = \frac{\log_2 10}{2}$$

$$= \frac{\log_2 \frac{196}{5}}{2} = \frac{1}{2} (\log_2 14^2 - \log_2 5)$$

$$= \frac{1}{2} \left[2 \log_2 14 - \log_2 \frac{10}{2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} [2(\log_2 7 + \log_2 2) - \log_2 10 + 1]$$

$$= \frac{1}{2} [2 \log_2 7 + 2 - \log_2 10 + 1]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{a} - b + 3 \right] = \frac{2+3a-ab}{2a}$$

(II ррча) $\log_{12} 2 = a$

$$\log_6 18 = \frac{\log_{12} 18}{\log_{12} 6} = \frac{\log_{12} (2 \cdot 3^2)}{\log_{12} \frac{12}{2}}$$

$$= \frac{4 \log_{12} 2 + \log_{12} 3}{1 - \log_{12} 2}$$

$$= \frac{4 \log_{12} 2 + \log_{12} \frac{12}{4}}{1 - \log_{12} 2} =$$

$$= \frac{4 \log_{12} 2 + 1 - \log_{12} 2^2}{1 - \log_{12} 2} =$$

$$= \frac{2 \log_{12} 2 + 1}{1 - \log_{12} 2} = \frac{2a+1}{1-a}$$

5) УБОРОНУ ЗАДАЧА:

1.30A $\log_7 12 = a, \log_{12} 24 = b$

$$\log_{54} 168 = \frac{\log_{12} 168}{\log_{12} 54} =$$

$$= \frac{\log_{12} (12 \cdot 14)}{\log_{12} (3^3 \cdot 2)} = \frac{\log_{12} 12 + \log_{12} (7 \cdot 2)}{3 \log_{12} 3 + \log_{12} 2}$$

$$= \frac{1 + \log_{12} 7 + \log_{12} 2}{3 \log_{12} 3 + \log_{12} 2} =$$

$$b = \log_{12} 24 = \log_{12} (2 \cdot 12) = 1 + \log_{12} 2$$

$$\Rightarrow \log_{12} 2 = b - 1$$

$$1 = \log_{12} 12 = \log_{12} (2^2 \cdot 3) = 2 \log_{12} 2 + \log_{12} 3$$

$$\log_{12} 3 = 1 - 2(b-1) = 3 - 2b$$

$$* \frac{1 + \frac{1}{a} + b - 1}{3(3-2b) + b - 1} = \frac{1+ab}{a(8-5b)}$$

2.30A $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

$$3 \cdot 4^{2x} + 2 \cdot 9^{2x} - 5(4 \cdot 9)^x = 0 \quad /: 4^{2x}$$

$$3 + 2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x = 0$$

смена: $\left(\frac{9}{4}\right)^x = t$

$$2t^2 - 5t + 3 = 0; t_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}, 1$$

$t_1 = \frac{3}{2}: \left(\frac{9}{4}\right)^x = \frac{3}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \frac{3}{2} \quad \text{II} \quad x = \frac{1}{2}$$

$t_2 = 1: \left(\frac{9}{4}\right)^x = \left(\frac{9}{4}\right)^0 \quad \text{II} \quad x = 0$