

Прва група

1. Одреди странице троугла ако је $\sin\alpha : \sin\gamma = 3:2$, $\cos\gamma = \frac{3}{4}$, $c = 4\text{cm}$.
2. Решити једначину $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = 64$
3. Решити једначину $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$
4. Израчунати вредност израза $x = 49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$
5. Ако је $\log_7 2 = a$, $\log_2 10 = b$, израчунати $\log_4 39,2$.

Друга група

1. Одреди странице троугла ако је $a : b = \sqrt{7} : 3$, $\alpha = 60^\circ$, $c = 2\text{cm}$.
2. Решити једначину $2^{\frac{x+1}{x}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 1$
3. Решити једначину $4 \cdot 4^x - 6^x = 18 \cdot 9^x$
4. Израчунати вредност израза $x = 10^{1-\log 5} + 10^{2-\log 20} - 10^{3-\log 500}$
5. Ако је $\log_7 12 = a$, $\log_{12} 24 = b$, израчунати $\log_{54} 168$.

① Определить стороны треугольника, если:

(I) $\sin \alpha : \sin \beta = 3:2$, $\cos \beta = \frac{3}{4}$ и $c = 4 \text{ см}$.

(II) $a : b = \sqrt{7} : 3$, $\alpha = 60^\circ$ и $c = 2 \text{ см}$.

(I) $\sin \alpha : \sin \beta = 3:2$ т. $\sin \alpha = 3k$, $\sin \beta = 2k$

из синусовой теореме же: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{a}{3k} = \frac{4}{2k}$

$a = \frac{4}{2k} \cdot 3k \Rightarrow a = 6 \text{ см}$. Если же из косинусовой теореме:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta$; $4^2 = 6^2 + b^2 - 2 \cdot 6 \cdot b \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow b^2 - 9b + 20 = 0$

$b_{1,2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$ $b = 5 \text{ см}$ или $b = 4 \text{ см}$

(II) $a : b = \sqrt{7} : 3 = k$ же $a = \sqrt{7}k$, $b = 3k$

Применяем косинусовую теорему же: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$(\sqrt{7}k)^2 = (3k)^2 + 4 - 2 \cdot 3k \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow 7k^2 = 9k^2 + 4 - 6k$

т. $2k^2 - 6k + 4 = 0 \Rightarrow k^2 - 3k + 2 = 0$ $k_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$

$k=1$: $a = \sqrt{7}$, $b = 3$, $c = 2 \text{ см}$; $k=2$: $a = 2\sqrt{7}$, $b = 6$, $c = 2 \text{ см}$

② Решить уравнение:

(I) $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1} \cdot x^{x+1}} = 64$

$\frac{2^{2x-1} \cdot 2^{2x+2}}{2^{3x-3}} = 2^6$

$\frac{2^{2x-1+2x+2-3x+3}}{1} = 2^6$

$x+4 = 6$

$x = 2$

(II) $2^{\frac{x+1}{x}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 1$

$2^{\frac{x+1}{x}} \cdot 2^{-x-1} = 2^0$

$2^{\frac{x+1}{x} - x - 1} = 2^0$

$\frac{x+1}{x} - x - 1 = 0 / x, x \neq 0$

$x+1-x^2-x=0$

$x_{1,2} = \pm 1$

③ Решить уравнение:

(I) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

$3 \cdot (4^x)^2 + 2 \cdot (9^x)^2 = 5 \cdot 9^x \cdot 4^x / (9^x)^2$

$3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 2 = 0$

сделаем: $\left(\frac{4}{9}\right)^x = t$

(II) $4 \cdot 4^x - 6^x = 18 \cdot 9^x$

$4 \cdot (2^x)^2 - 2^x \cdot 3^x = 18 \cdot (3^x)^2 / (3^x)^2$

$4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{2}{3}\right)^x - 18 = 0$

сделаем: $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$