1) Треба у израз заменити понуђене вредности и користећи свођење на I квадрант израчунати његову вредност.

$\boxed{\text{I група}}$

$$\frac{\sin 2\cdot\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+\cos 2\cdot\left(-\frac{3\pi}{4}\right)-\cos 6\cdot\left(-\frac{3\pi}{4}\right)-\sin 6\cdot\left(-\frac{3\pi}{4}\right)}{\sin 4\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+2\cdot\sin^2 2\cdot\left(-\frac{3\pi}{4}\right)-1}=$$

$$=\frac{\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)+\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)-\cos\left(-\frac{9\pi}{2}\right)-\sin\left(-\frac{9\pi}{2}\right)}{\sin(-3\pi)+2\sin^2\left(-\frac{3\pi}{2}\right)-1}=\frac{-\sin\frac{3\pi}{2}+\cos\frac{3\pi}{2}-\cos\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}}{-\sin\pi+2\sin^2\frac{3\pi}{2}-1}=$$

$$=\frac{2}{1}=2.$$

$\boxed{\text{II група}}$

$$\frac{\sin^2\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin^2\frac{2\pi}{3}-\sin^2\frac{2\pi}{3}}{\sin^2\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos^2\frac{2\pi}{3}-\cos^2\frac{2\pi}{3}}=\frac{\sin^2\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)-2\sin^2\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)-2\cos^2\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=\frac{-\sin^2\frac{\pi}{3}}{\sin^2\frac{\pi}{3}-2\cos^2\frac{\pi}{3}}=\frac{-\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac12\right)^2}=\frac{-\frac34}{\frac34-\frac24}=\frac{-\frac34}{\frac14}=-3.$$

2) „Типски" задатак:.. ако је дата вредност једне тригоном. ф-је помоћу основног тригонометријског идентитета израчунава се друга тригоном. ф-ја, а затим вредност траженог израза.

$\boxed{\text{I група}}$ $\sin\alpha=-\frac35$, $\cos\beta=-\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$, $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha-\beta\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right)=\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=$$

$$=-\frac35\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac45\cdot\frac{12}{13}=\frac{63}{65}$$ јер је из:

$\left.\begin{array}{l}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \sin\alpha=-\frac35\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\cos\alpha=\pm\frac45\\ \alpha\in IV\text{ кв}\end{array}\right\}\underbrace{\cos\alpha}=\frac45;$ $\left.\begin{array}{l}\sin^2\beta+\cos^2\beta=1\\ \cos\beta=-\frac{5}{13}\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\sin\beta=\pm\frac{12}{13}\\ \beta\in II\text{ кв}\end{array}\right\}\Rightarrow\underbrace{\sin\beta}=\frac{12}{13}$

$\boxed{\text{II група}}$ $\cos\alpha=+\frac45$, $\sin\beta=-\frac{24}{25}$ и $\alpha\in IV$ квадранту, $\beta\in III$ квадранту

$$\cos(\pi-\alpha+\beta)=\cos(\pi-(\alpha-\beta))=\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=$$

$$=\frac45\cdot\left(-\frac{7}{25}\right)+\left(-\frac35\right)\cdot\left(-\frac{24}{25}\right)=\frac{44}{125}$$

$\left.\begin{array}{l}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \cos\alpha=\frac45\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\sin\alpha=\pm\frac35\\ \alpha\in IV\end{array}\right\}\underbrace{\sin\alpha}=-\frac35;$ $\left.\begin{array}{l}\sin^2\beta+\cos^2\beta=1\\ \sin\beta=-\frac{24}{25}\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}\cos\beta=\pm\frac{7}{25}\\ \beta\in III\end{array}\right\}\underbrace{\cos\beta}=-\frac{7}{25}$

3) Требало је доказати идентитет (користећи се формулама двоструког угла)

$\boxed{\text{I група}}$ $$\frac{1+\cos2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\frac{1+\cos4\alpha}{\sin4\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$$

$$L=\frac{1+\cos2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\frac{1+\cos(2\cdot2\alpha)}{\sin2(2\alpha)}=\frac{1+\cos2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\frac{1+\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha}{2\sin2\alpha\cos2\alpha}=$$

$$=\frac{1+\cos2\alpha}{\cancel{\cos2\alpha}}\cdot\frac{\cancel{2}\cos^{\cancel{2}}2\alpha}{\cancel{2}\sin2\alpha\cancel{\cos2\alpha}}=\frac{1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cancel{2}\cos^2\alpha}{\cancel{2}\sin\alpha\cancel{\cos\alpha}}=\operatorname{ctg}\alpha\equiv D$$

$\boxed{\text{III група}}$ $\dfrac{2-\sin 4\alpha\cdot ctg 2\alpha}{\sin 4\alpha}=tg 2\alpha$

$$L=\frac{2-\sin(2\cdot 2\alpha)\cdot\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}}{\sin(2\cdot 2\alpha)}=\frac{2-2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha\cdot\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}}{2\cdot\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha}=\frac{2(1-\cos^2 2\alpha)}{2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha}=$$

$$=\frac{\cancel{2}\cdot\sin^2 2\alpha}{\cancel{2}\cdot\cancel{\sin 2\alpha}\cos 2\alpha}=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=tg 2\alpha\equiv D.$$

---

(4) ТРЕБАЛО ЈЕ ИСКОРИСТИТИ ФОРМУЛЕ ЗА ПОЛУУГАО КАКО БИ ДОКАЗАЛИ РЕЛАЦИЈЕ:

$\boxed{\text{I група}}$ Најпре нађи $tg^2\frac{\pi}{8}=tg^2\frac{\frac{\pi}{4}}{2}=\dfrac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{1+\cos\frac{\pi}{4}}=\dfrac{1-\frac{\sqrt2}{2}}{1+\frac{\sqrt2}{2}}=\dfrac{2-\sqrt2}{2+\sqrt2}$

САДА ЈЕ: $\dfrac{1-tg^2\frac{\pi}{8}}{1+tg^2\frac{\pi}{8}}=\dfrac{1-\frac{2-\sqrt2}{2+\sqrt2}}{1+\frac{2-\sqrt2}{2+\sqrt2}}=\dfrac{\cancel{2}+\sqrt2\cancel{-2}+\sqrt2}{2\cancel{+\sqrt2}+2\cancel{-\sqrt2}}=\dfrac{2\sqrt2}{4}=\dfrac{\sqrt2}{2}.$

$\boxed{\text{II група}}$ Најпре нађи: $tg^2\frac{\pi}{12}=tg^2\frac{\frac{\pi}{6}}{2}=\dfrac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{1+\cos\frac{\pi}{6}}=\dfrac{1-\frac{\sqrt3}{2}}{1+\frac{\sqrt3}{2}}=\dfrac{2-\sqrt3}{2+\sqrt3}$

САДА ЈЕ: $\dfrac{1-tg^2\frac{\pi}{12}}{1+tg^2\frac{\pi}{12}}=\dfrac{1-\frac{2-\sqrt3}{2+\sqrt3}}{1+\frac{2-\sqrt3}{2+\sqrt3}}=\dfrac{\cancel{2}+\sqrt3\cancel{-2}+\sqrt3}{2\cancel{+\sqrt3}+2\cancel{-\sqrt3}}=\dfrac{2\sqrt3}{4}=\dfrac{\sqrt3}{2}.$

---

(5) а) АКО ПОКАЗУЈЕМО ДА ИЗРАЗ НЕ ЗАВИСИ ОД x, ТО ЗНАЧИ ДА У ЊЕГОВОМ РЕШЕЊУ НЕ СМЕ ДА СЕ НАЂЕ x. ПРИМЕЊИВАЊЕМ ОДГОВАРАЈУЋИХ Ф-ЛА (АДИЦИОНИХ), БИЋЕ:

$$\cos^2x-2\sin\alpha\cos x\sin(\alpha+x)+\sin^2(\alpha+x)=$$
$$=\cos^2x+\sin(\alpha+x)[\sin(\alpha+x)-2\sin\alpha\cos x]=$$
$$=\cos^2x+\sin(\alpha+x)(\sin\alpha\cos x+\cos\alpha\sin x-2\sin\alpha\cos x)=$$
$$=\cos^2x+\sin(\alpha+x)(\cos\alpha\sin x-\sin\alpha\cos x)=$$
$$=\cos^2x-(\sin\alpha\cos x+\cos\alpha\sin x)(\sin\alpha\cos x-\cos\alpha\sin x)=$$
$$=\cos^2x-\sin^2\alpha\cos^2x+\cos^2\alpha\sin^2x=\cos^2x(1-\sin^2\alpha)+\cos^2\alpha\sin^2x=$$
$$=\cos^2x\cdot\cos^2\alpha+\sin^2x\cdot\cos^2\alpha=\cos^2\alpha(\sin^2x+\cos^2x)=\cos^2\alpha.$$

б) КАКО ТРЕБА ДОКАЗАТИ ДА ЈЕ $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$, ТО ЈЕ ДОВОЉНО ДОКАЗАТИ ДА ЈЕ:

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}=\frac{\frac{n}{n+1}+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{n}{n+1}\cdot\frac{1}{2n+1}}=\frac{n(2n+1)+n+1}{(n+1)(2n+1)-n}=\frac{2n^2+2n+1}{2n^2+3n+1-n}=$$

$$=\frac{2n^2+2n+1}{2n^2+2n+1}=1$$, ПА КАКО ЈЕ $tg\frac{\pi}{4}=1$ ТО ЈЕ $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}.$