1. Одредити једначину праве која садржи тачку A(-1, -2) и нормална је на праву $\ell : x + y - 3 = 0$.
2. Одреди дужину висине из темена A троугла чија су темена A(3, 6), B(-1, 3), C(5, 4).
3. У једначини праве kx + (k + 1)y – p = 0 одредити k,peR тако да права садржи тачку M(2, 1) и са координатним осама гради троугао површине 4.

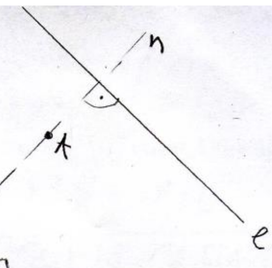
4. Дате су једначине двеју страница паралелограма 3x - 2y + 12 = 0 и x - 3y + 11 = 0 и тачка пресека његових дијагонала O(2, 2). Одреди једначине других двеју страница.

---

1. Одредити једначину праве која садржи тачку A(7, -4) и паралелна је правој $\ell : 9x + 7y - 25 = 0$.
2. Одреди дужину висине из темена B троугла чија су темена A(3, 6), B(-1, 3), C(5, 4).
3. У једначини праве $\lambda x + (\lambda + 3)y - C = 0$ одредити λ, CeR тако да права садржи тачку
   A(5, 2) и са координатним осама гради троугао површине 20.

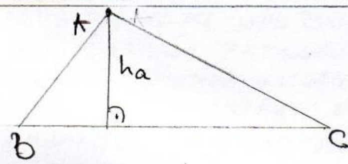
4. Дате су једначине двеју страница ромба x – 3y -20 = 0, 3x – y + 4 = 0 и пресечна тачка дијагонала O(3, -1). Одреди једначину других двеју страница.

ПРВА ГРУПА



(1) Дате су тачка $A(-1,-2)$ и $l: x+y-3=0$. Пошто је $n \perp l$ важи услов нормалности, па је $k_n \cdot k_l = -1$
$k_l = -1$. Дакле, $k_n = 1$ и $A \in n$, па се користи образац за једначину праве кроз 1 тачку:

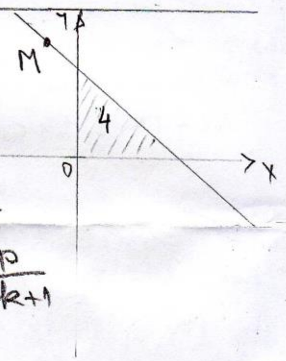
$$y - y_A = k_n(x - x_A); \quad y+2 = x+1 \quad \text{тј} \quad \boxed{x - y - 1 = 0 : n}\ .\ \square$$



(2) $A(3,6)$ $B(-1,3)$ $C(5,4)$
Да би одредили дужину висине, један од начина је да се користи растојање тачке од праве.
Зато ћемо написати јну праве BC:

$$y - y_B = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}(x - x_B) \ ; \ y - 3 = \frac{1}{6}(x+1) \ / \cdot 6 \ ; \ \boxed{x - 6y + 19 = 0 : BC}$$

Сада је $d(A, BC) = h_a = \left| \frac{3 - 6 \cdot 6 + 19}{-\sqrt{1+36}} \right| = \left| \frac{-14}{-\sqrt{37}} \right| = \frac{14\sqrt{37}}{37}$.

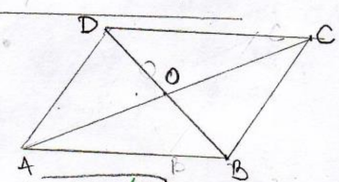


(3) $kx + (k+1)y - p = 0 : l$; $M(2,1)$; $P = 4$
Пошто је дата површина троугла који права образује са координатним осама, користићемо сегментни облик јне праве (l)

$$kx + (k+1)y = p \ ; \ \frac{x}{\frac{p}{k}} + \frac{y}{\frac{p}{k+1}} = 1 \ \text{ па је: } m = \frac{p}{k}, \quad n = \frac{p}{k+1}$$

$$P = \frac{1}{2} m \cdot n \ ; \ 8 = \frac{p}{k} \cdot \frac{p}{k+1},$$

Дакле, $p^2 = 8k(k+1)$ ....(1)
Тачка $M \in l$: $2k + k + 1 - p = 0$ тј. $p = 3k+1$ ...(2)
Из (1) и (2): $(3k+1)^2 = 8k(k+1)$; а након краћег сређивања се добија: $k^2 - 2k + 1 = 0$; $(k-1)^2 = 0$ тј. $k = 1$, а $p = 4$.
Тако је тражена права: $x + 2y - 4 = 0$.



(4) Нека је: $AB: 3x - 2y + 12 = 0$; $O(2,2)$
$AD: x - 3y + 11 = 0 \ / \cdot (-3)$

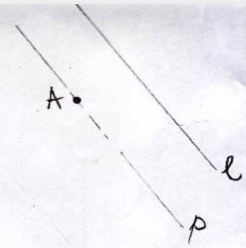
$7y = 21$; $y = 3$ $\boxed{A(-2,3)}$
$x = -2$

O−средиште дужи AC, па је: $x_C = 2x_O - x_A = 6$
$y_C = 2y_O - y_A = 3$ $\boxed{C(6,3)}$

$C \in BC \wedge BC \parallel AD$: $k_{BC} = k_{AD} = \frac{1}{3}$, па је: $y - 3 = \frac{1}{3}(x-6)$ тј. $\boxed{BC: x - 3y + 3 = 0}$

$C \in CD \wedge CD \parallel AB$: $k_{CD} = k_{AB} = \frac{3}{2}$, па је: $y - 3 = \frac{3}{2}(x-6)$ тј. $\boxed{CD: 3x - 2y - 10 = 0}$

ДРУГА ГРУПА

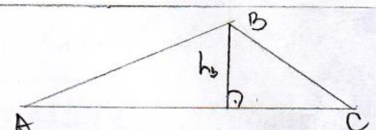


(1) Дата је тачка $A(7,-4)$ и права $l: 9x+7y-25=0$

$p \parallel l$, па је $k_p = k_l = -\frac{9}{7}$. Сада се користи образац за једначину праве кроз једну тачку и биће:

$y+4 = -\frac{9}{7}(x-7)$ тј. $\boxed{9x+7y-35=0 : p}$. □

(2) $A(3,6)$ $B(-1,3)$ $C(5,4)$



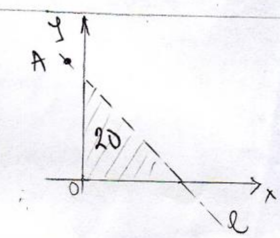
Као и у првој групи, тако ћемо и овде користити растојање тачке од праве, мада је задатак могао да се реши и тако што се одреди подножје висине као пресек висине и странице, па растојање између две тачке. Тај начин дуже траје.

Напишимо ј-ну странице AC: $y-y_C = \frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}(x-x_C)$; $y-4 = \frac{2}{-2}(x-5)$;

$y-4 = -x+5$ тј. $\boxed{x+y-9=0 : AC}$

Сада је $d(B,AC) = h_b = \left|\frac{-1+3-9}{\sqrt{1+1}}\right| = \left|\frac{-7}{\sqrt{2}}\right| = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. □

(3) $\lambda x+(\lambda+3)y-C=0$; $l \wedge A(5,2) \wedge P=20$



Користићемо сегментни облик ј-не праве јер је дата површина троугла који та права образује са координатним осама.

$\lambda x+(\lambda+3)y = C \,/:C$; $\frac{x}{\frac{C}{\lambda}} + \frac{y}{\frac{C}{\lambda+3}} = 1$ тј. $m = \frac{C}{\lambda}$, $n = \frac{C}{\lambda+3}$

Како је $P = \frac{m \cdot n}{2}$, биће: $40 = \frac{C^2}{\lambda(\lambda+3)}$; $40 \cdot \lambda \cdot (\lambda+3) = C^2 \ldots (1)$

Тачка $A(5,2) \in l$: $5\lambda+2(\lambda+3) = C$; $C = 7\lambda+6 \ldots (2)$

Из (1) и (2) је: $40\lambda(\lambda+3) = (7\lambda+6)^2$, $40\lambda^2+120\lambda = 49\lambda^2+84\lambda+36$

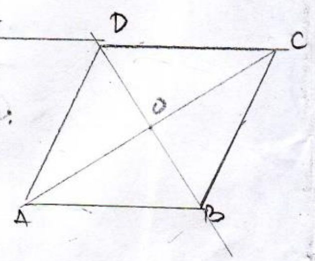
Треба решити квадратну ј-ну: $9\lambda^2-36\lambda+36=0 \,/:9$ тј.

$\lambda^2-4\lambda+4=0 \Rightarrow (\lambda-2)^2=0$ тј. $\boxed{\lambda=2}$; $C=20$

Тражена права има ј-ну: $\boxed{2x+5y-20=0}$. □

(4) $AB: x-3y-20=0$
$AD: 3x-y+4=0 \,/\cdot(-3)$

$-8x=32$, $x=-4$; $y=-8$; $\boxed{A(-4,-8)}$



Тачка $O(3,-1)$ је средиште дужи AC, па је:

$x_C = 2x_O - x_A = 6+4 = 10$

$y_C = 2y_O - y_A = -2+8 = 6$

$\boxed{C(10,6)}$

$BC \parallel AD \wedge C \in BC$: $k_{BC} = k_{AD} = 3$; $y-6 = 3(x-10)$; $\boxed{BC: 3x-y-24=0}$

$CD \parallel AB \wedge C \in CD$: $k_{CD} = k_{AB} = \frac{1}{3}$; $y-6 = \frac{1}{3}(x-10)$; $\boxed{CD: x-3y+8=0}$