

Zajmovi koji se otplaćuju jednakim anuitetima

Izračunavanje zajma i anuiteta

Zajam K koji treba otplatiti za n godina uz kamatnu stopu $p\%$ (pa) d i m kapitalisanja godišnje i jednim anuitetom a u jednom periodu kapitalisanja dobijamo po formuli

$$K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^{nm} (r - 1)}, \text{ gde je } r = 1 + \frac{p}{100}$$

1. Odrediti zajam koji se otplaćuje za 5 godina jednakim godišnjim anuitetima koji iznose 24351.33 dinara, uz kamatnu stopu 11%(pa)d i godišnje kapitalisanje. ($K=90000$ dinara)

2. Zajam se amortizuje jednakim mesečnim anuitetima od 3900.29 dinara za 3 godine uz kamatnu stopu 10,5% i mesečno kapitalisanje. Odrediti zajam. ($K=120000$ dinara)

Anuitet a zajma K koji se otplaćuje za n godina uz kamatnu stopu $p\%$ (pa) d i m kapitalisanja godišnje dobijamo po formuli

$$a = K \frac{r^{nm} (r - 1)}{r^{nm} - 1}$$

3. Zajam od 50000 dinara se otplaćuje 2 godine jednakim šestomesečnim anuitetima. Koliko iznosi anuitet ako je kamatna stopa 18%(pa)d a kapitalisanje šestomesečno? ($a = 15433.43$)

Ukoliko je period na koji se odnosi kamatna stopa jednak periodu kapitalisanja tada u prethodnim formulama uzimamo da je $r = 1 + \frac{p}{100}$ umesto $r = 1 + \frac{p}{100m}$

4. Zajam od 50000 dinara treba otplatiti za 8 godina jednakoim tromesešnim anuitetima uz stopu 11%(pq)d i tromesešno kapitalisanje. Odrediti anuitet. ($a = 5702.16$ dinara)

5. Odrediti zajam koji treba otplatiti za 6 godina jednakim mesečnim anuitetima uz stopu 10%(pm)d i mesečno kapitalisanje, ako anuitet iznosi 3500 dinara. ($K = 34963.37$ dinara)

Izračunavanje broja perioda i vremena otplaćivanja

$$nm = \frac{\log a - \log \left(a - \frac{Kp}{100m} \right)}{\log r}$$

$$n = \frac{\log a - \log \left(a - \frac{Kp}{100m} \right)}{m \log r}$$

6. Zajam od 76000 dinara se amortizuje jednakim tromesečnim anuitetima od 7297.32 dinara uz stopu od 9%(pa)d i tromesečno kapitalisanje. Odrediti vreme otplate duga. ($n = 3$ godine)

7. Zajam od 91000 dinara se amortizuje jednakim mesečnim anuitetima od 1759.28 dinara uz stopu od 6%(pa)d i mesečno kapitalisanje. Odrediti broj perioda otplaćivanja. ($nm = 60$)

8. Koliko godina treba otplaćivati zajam od 375000 dinara jednakim godišnjim anuitetima koji iznose petnaestinu zajma, ako je kamatna stopa 2.912%(pa)d i kapitalisanje godišnje? ($n = 20$)

■ Izrada amortizacionog plana

obračunski period	dug na početku obračunskog perioda	interes na kraju obračunskog perioda	otplata na kraju obračunskog perioda	anuitet
1	$R_{nm} = K$	$I_1 = \frac{Kp}{100m}$	$b_1 = a - I_1$	a
2	$R_{nm-1} = K - b_1$	$I_2 = \frac{R_{nm-1} \cdot p}{100m}$	$b_2 = a - I_2$	a
3	$R_{nm-2} = K - (b_1 + b_2)$	$I_3 = \frac{R_{nm-2} \cdot p}{100m}$	$b_3 = a - I_3$	a
.
.
.
$nm - 1$	$R_2 = K - (b_1 + b_2 + \dots + b_{nm-2})$	$I_{nm-1} = \frac{R_2 \cdot p}{100m}$	$b_{nm-1} = a - I_{nm-1}$	a
nm	$R_1 = K - (b_1 + b_2 + \dots + b_{nm-1})$	$I_{nm} = \frac{R_1 \cdot p}{100m}$	$b_{nm} = a - I_{nm}$	a

Provera da li je plan dobro urađen treba da obuhvati sledeće

$$\begin{array}{l}
 1. b_1 + b_2 + \dots + b_{nm} = K \\
 2. b_{nm} = R_1 \\
 3. \sum_{i=1}^{nm} I_i + \sum_{i=1}^{nm} b_i = nma
 \end{array}$$

9. Zajam od 80000 dinara se otplaćuje za 5 godina jednakim godišnjim anuitetima uz godišnje kapitalisanje i stopu 9.5%(pa)d. Izraditi amortizacioni plan.

Rešenje:

obračunski period	dug na početku obračunskog perioda	interes na kraju obračunskog perioda	otplata na kraju obračunskog perioda	anuitet
1	80000	7599.999999999982	13234.913387476487	20834.913387476485
2	66765.086612523519	6342.6832281897323	14492.230159286752	20834.913387476485
3	52272.856453236775	4965.9213630574923	15868.992024418993	20834.913387476485
4	36403.864428817775	3458.3671207376879	17376.546266738798	20834.913387476485
5	19027.31816207898	1807.5952253975026	19027.318162078984	20834.913387476485
Suma	254469.12565665704	24174.566937382409	80000.000000000015	104174.56693738242

11. Zajam od 100000 dinara treba otplatiti za 3 godine jednakim polugodišnjim anuitetima uz kamatnu stopu 7%(pa)d i polugodišnje kapitalisanje. Izraditi amortizacioni plan.

Rešenje:

obračunski period	dug na početku obračunskog perioda	interes na kraju obračunskog perioda	otplata na kraju obračunskog perioda	anuitet
1	100000	3499.999999999918	15266.820866531758	18766.820866531751
2	84733.179133468235	2965.6612696713814	15801.159596860369	18766.820866531751
3	68932.01953660787	2412.6206837812701	16354.200182750481	18766.820866531751
4	52577.819353857383	1840.2236773850043	16926.597189146745	18766.820866531751
5	35651.222164710634	1247.7927757648692	17519.028090766882	18766.820866531751
6	18132.194073943756	634.62679258802996	18132.19407394372	18766.820866531751
Suma	360026.43426258792	12600.925199190544	99999.999999999942	112600.9251991905

■ Odnos između otplata

$$b_c = b_1 r^{c-1}$$

12. Zajam od 150000 dinara se amortizuje za 15 godina jednakim tromesečnim anuitetima uz kamatnu stopu 9%(pa)d i tromesečno kapitalisanje. Ako je 22. otplata 1923.20 dinara, odrediti: (a) sedmu, (b) dvadesetu, (c) tridesetčetvrtu, (d) pedesetu otplatu. ($b_7 = 1377.45$, $b_{20} = 1839.49$, $b_{34} = 2511.80$, $b_{50} = 3585.90$)

■ Odnos između anuiteta i otplate

$$a = b_c r^{n m - c + 1}, \text{ gde je } 1 \leq c \leq n m$$

13. Zajam se otplaćuje za 4 godine jednakim četvoromesečnim anuitetima koji iznose 9354.99 dinara. Odrediti (a) zajam, (b) petu (c) dvanaestu otplatu ako je kamatna stopa 8%(pa)d i kapitalisanje četvoromesečno.

rešenje: $a = 9354.99$, $n = 4$, $m = 3$, $p = 8$, $r = 1 + \frac{8}{300} = 1.02667$

$$(a) \quad K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^m(r-1)} = 9354.99 \frac{1.02667^{12} - 1}{1.02667^{12}(1.02667 - 1)} = 95000, \quad (b) \quad a = b_1 r^{12-1+1} \rightarrow b_1 = \frac{a}{r^{12}} = \frac{9354.99}{1.02667^{12}} = 6821.66,$$

$$(c) \quad b_5 = b_1 r^4 = 6821.66 \cdot 1.02667^4 = 7578.93$$

14. Zajam se amortizuje dve godine, jednakim tromesečnim anuitetima uz kamatnu stopu 8.5%(pa)d i tromesečno kapitalisanje. Ako je treći interes 976.07 dinara a treća otplata 7258.71 dinar, odrediti (a) anuitet, (b) zajam, (c) petu otplatu.

rešenje: $n = 2$, $m = 4$, $p = 8.5$, $r = 1 + \frac{p}{400} = 1.02125$,

$$(a) \quad a = I_3 + b_3 = 976.07 + 7258.71 = 8234.78, \quad (b) \quad K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^m(r-1)} = 8234.78 \frac{1.02125^8 - 1}{1.02125^8(1.02125 - 1)} = 60000, \quad (c)$$

$$a = b_c r^{nm-c+1} \rightarrow b_5 = \frac{a}{r^{8-5+1}} = \frac{8234.78}{1.02125^4} = 7570.49 \text{ dinara.}$$

15. Zajam se amortizuje za 4 godine jednakim tromesečnim anuitetima. Peta otplata iznosi 5025.37 dinara, a jedanaesta otplata iznosi 6000.55 dinara. Izračunati (a) interesnu stopu, (b) anuitet, (b) zajam, petnaestu otplatu.

rešenje: $b_5 = 5025.37$, $b_{11} = 6000.55$, $n = 4$, $m = 4$.

$$(a) \quad b_5 = b_1 r^4, \quad b_{11} = b_1 r^{10} \rightarrow \frac{b_{11}}{b_5} = r^6 \rightarrow r = \sqrt[6]{\frac{b_{11}}{b_5}} = \sqrt[6]{\frac{6000.55}{5025.37}} = 1.03. \text{ Kako je } r = 1 + \frac{p}{100m} \rightarrow p = 12 \%$$

16. Anuitet zajma koji se otplaćuje 4 godine jednakim šestomesečnim anuitetima uz šestomesečno kapitalisanje iznosi 16203.40 dinara. Ako je peta otplata 13957.80 dinara, odrediti (a) kamatnu stopu, (b) zajam, (c) sedmu otplatu.

rešenje: $a = 16203.40$, $n = 4$, $m = 2$, $b_5 = 13957.80$

$$(a) \quad a = b_c r^{nm-c+1} \rightarrow a = b_5 r^{8-5+1} = b_5 r^4 \rightarrow r^4 = \frac{a}{b_5} = \frac{16203.40}{13957.80} \rightarrow r = \sqrt[4]{\frac{16203.40}{13957.80}} = 1.038. \text{ Kako je } r = 1 + \frac{p}{100m},$$

rešavanjem ove jednačine po p dobijamo $p = 7.6 \%$

$$(b) \quad K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^m(r-1)} = 16203.40 \frac{1.038^8 - 1}{1.038^8(1.038 - 1)} = 110000 \text{ dinara.}$$

$$(c) \quad a = b_c r^{nm-c+1} \rightarrow b_7 = \frac{a}{r^2} = \frac{16203.40}{1.038^2} = 15038.74 \text{ dinara.}$$

17. Zajam se amortizuje 8 godina jednakim tromesečnim anuitetima uz tromesečno kapitalisanje. Ako je zbir prve, pete i desete otplate 5569.01 dinara, a zbir sedme, jedanaeste i šesnaeste otplate 6383.19 dinara, odrediti: (a) kamatnu stopu, (b) anuitet, (c) zajam, (d) 29. otplatu.

rešenje: $n = 8$, $m = 4$, $b_1 + b_5 + b_{10} = 5569.01$, $b_7 + b_{11} + b_{16} = 6383.19$

$$(a) \quad b_1 + b_5 + b_{10} = b_1 + b_1 r^4 + b_1 r^9 = b_1(1 + r^4 + r^9) = 5569.01,$$

$$b_7 + b_{11} + b_{16} = b_1 r^6 + b_1 r^{10} + b_1 r^{15} = b_1 r^6(1 + r^4 + r^9) = 6383.19$$

$$\frac{b_1 + b_5 + b_{10}}{b_7 + b_{11} + b_{16}} = \frac{b_1(1 + r^4 + r^9)}{b_1 r^6(1 + r^4 + r^9)} = \frac{5569.01}{6383.19} \Rightarrow \frac{6383.19}{5569.01} =$$

$$\frac{b_1 r^6(1 + r^4 + r^9)}{b_1(1 + r^4 + r^9)} = r^6 \Rightarrow r = \sqrt[6]{\frac{6383.19}{5569.01}} = 1.023 \Rightarrow p = 9.2 \%$$

$$(b) \quad b_1(1 + r^4 + r^9) = 5569.01 \rightarrow b_1 = \frac{5569.01}{1 + r^4 + r^9} = \frac{5569.01}{1 + 1.023^4 + 1.023^9} = 1676.24 \text{ dinara.}$$

Sada na osnovu formule $a = b_c r^{nm-c+1}$ dobijamo $a = b_1 r^{32} = 3470.22$

$$(c) \quad K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^m(r-1)} = 3470.22 \frac{1.023^{32} - 1}{1.023^{32} \cdot 0.023} = 78000 \text{ dinara.}$$

$$(d) \quad b_{29} = b_1 r^{28} = 1676.24 \cdot 1.023^{28} = 3168.5 \text{ dinara.}$$

■ Izračunavanje otplaćenog duga sa prvih c anuiteta (O_c)

$$O_c = b_1 \frac{r^c - 1}{r - 1}$$

$$K = b_1 \frac{r^{nm} - 1}{r - 1}$$

18. Zajam se amortizuje jednakim tromesečnim anuitetima od 5500.68 dinara za 3 godine uz stopu 10.5%(pa)d i tromesečno kapitalisanje. Izračunati: (a) otplaćeni dug sa prvih 9 anuiteta, (b) koliko je otplaćeno od 4. zaključno sa 10. anuitetom, (c) zajam, (d) sedmu otplatu.

rešenje: $a = 5500.68$, $n = 3$, $m = 4$, $p = 10.5$, $r = 1 + \frac{10.5}{400} = 1.02625$

(a) $a = b_c r^{nm-c+1} \rightarrow b_1 = \frac{a}{r^{nm-1+1}} = \frac{5500.68}{1.02625^{12}} = 4030.68$.

Sada na osnovu formule $O_c = b_1 \frac{r^c - 1}{r - 1}$ dobijamo $O_9 = 4030.68 \frac{1.02625^9 - 1}{1.02625 - 1} = 40327.8$ dinara.

(b) $O_{10} - O_3 = b_1 \frac{r^{10} - 1}{r - 1} - b_1 \frac{r^3 - 1}{r - 1} = \frac{b_1}{r - 1} (r^{10} - r^3) = \frac{4030.68}{1.02625 - 1} (1.02625^{10} - 1.02625^3) = 33004.9$

(c) $K = b_1 \frac{r^{nm} - 1}{r - 1} = 4030.68 \frac{1.02625^{12} - 1}{1.02625 - 1} = 56000$ dinara.

(d) $b_c = b_1 r^{c-1} \rightarrow b_7 = b_1 r^6 = 4030.68 \cdot 1.02625^6 = 4708.66$

19. Zajam od 114000 dinara se amortizuje 4 godine jednakom mesečnim anuitetima uz kamatnu stopu 11.2%(pa)d i mesečno kapitalisanje. Odrediti otplaćeni dug sa prvih 28 anuiteta.

rešenje: $K = 114000$, $n = 4$, $m = 12$, $p = 11.2$, $r = 1 + \frac{11.2}{1200} = 1.00933$.

Na osnovu formule $K = b_1 \frac{r^{nm} - 1}{r - 1}$ dobijamo $b_1 = K \frac{r - 1}{r^{nm} - 1} = 114000 \frac{1.00933 - 1}{1.00933^{48} - 1} = 1893.47$ dinara, a na osnovu formule

$O_c = b_1 \frac{r^c - 1}{r - 1}$ dobijamo

$O_{28} = 1893.47 \frac{1.00933^{28} - 1}{1.00933 - 1} = 60270.79$ dinara.

20. Zajam se otplaćuje 7 godina jednakim polugodišnjim anuitetima uz stopu 9.6%(pa)d i polugodišnje kapitalisanje. Anuitet iznosi 12467.04. Odrediti: (a) otplaćeni deo duga na početku 5-og perioda otplaćivanja, (b) ukupno plaćeni interes.

rešenje: $a = 12467.04$, $n = 7$, $m = 2$, $p = 9.6$, $r = 1 + \frac{9.6}{200} = 1.048$

(a) Na osnovu formule $a = b_c r^{nm-c+1}$ dobijamo $b_1 = \frac{a}{r^{nm}} = \frac{12467.04}{1.048^{14}} = 6467.04$ dinara, a na osnovu formule

$O_c = b_1 \frac{r^c - 1}{r - 1}$ da je otplaćeni deo duga na početku 5-og perioda otplaćivanja

$O_4 = b_1 \frac{r^4 - 1}{r - 1} = 6467.04 \frac{1.048^4 - 1}{1.048 - 1} = 27790.97$ dinara.

(b) Kako je

$\sum_{i=1}^{14} I_i + \sum_{i=1}^{14} b_i = 14a$, to je $\sum_{i=1}^{14} I_i = 14a - \sum_{i=1}^{14} b_i = 14a - b_1 \frac{r^{14} - 1}{r - 1} = 14 \cdot 12467.04 - 6467.04 \frac{1.048^{14} - 1}{1.048 - 1} = 49538.5$ dinara.

21. Po zajmu koji se otplaćuje 20 godina jednakim godišnjim anuitetima uz stopu 6% i godišnje kapitalisanje otplaćeni deo duga posle 12 plaćenih anuiteta iznosi 16869.94 dinara. Odrediti: (a) prvu otplatu, (b) anuitet, (c) koliko je interesa sadržani u prvih 8 anuiteta.

rešenje: $O_{12} = 16869.94$, $n = 20$, $m = 1$, $p = 6$, $r = 1.06$

(a) Na osnovu formule

$O_c = b_1 \frac{r^c - 1}{r - 1}$ dobijamo $b_1 = O_c \frac{r - 1}{r^c - 1}$ odnosno u našem slučaju $b_1 = O_{12} \frac{r - 1}{r^{12} - 1} = 16869.94 \frac{1.06 - 1}{1.06^{12} - 1} = 1000$ dinara.

(b) Na osnovu formule $a = b_c r^{nm-c+1}$ dobijamo $a = b_1 r^{nm} = 1000 \cdot 1.06^{20} = 3207.14$ dinara.

(c) Kako je $\sum_{i=1}^8 I_i + \sum_{i=1}^8 b_i = 8a$, to je $\sum_{i=1}^8 I_i = 8a - \sum_{i=1}^8 b_i = 8a - b_1 \frac{r^8 - 1}{r - 1} = 8 \cdot 3207.14 - 1000 \frac{1.06^8 - 1}{1.06 - 1} = 15759.7$ dinara.

22. Zajam se amortizuje jednakim mesečnim anuitetima koji iznose 3945.94 dinara za vreme od 3 godine. Izračunati koliko je interesa sadržano u prvih 25 anuiteta, ako je kapitalisanje godišnje a kamatna stopa 8.5%(pa)d.

rešenje: $a = 3945.94$, $n = 3$, $m = 12$, $p = 8.5$, $r = 1 + \frac{8.5}{1200} = 1.00708$

$$\sum_{i=1}^{25} I_i + \sum_{i=1}^{25} b_i = 25a \rightarrow \sum_{i=1}^{25} I_i = 25a - \sum_{i=1}^{25} b_i = 25a - b_1 \frac{r^{25}-1}{r-1}$$

Odredimo b_1 . Na osnovu formule $a = b_c r^{n-m-c+1}$ dobijamo $b_1 = \frac{a}{r^{nm}} = \frac{3945.94}{1.00708^{36}} = 3060.52$

Sada imamo $\sum_{i=1}^{25} I_i = 25a - b_1 \frac{r^{25}-1}{r-1} = 25a - 3060.52 \frac{r^{25}-1}{r-1} = 25 \cdot 3945.94 - 3060.52 \frac{1.00708^{25}-1}{1.00708-1} = 15264.4$ dinara.

■ Izračunavanje ostatka duga posle plaćenih prvih c anuiteta (R_{nm-c})

$$R_{nm-c} = K - O_c$$

$$R_{nm-c} = \frac{100 I_{c+1}}{p}$$

23. Zajam se otplaćuje jednakim polugodišnjim anuitetima za vreme od 10 godina. Ako je prva otplata 4029.81 dinara a akmatna stopa 8%(pa)d i kapitalisanje godišnje odrediti (a) ostatak duga nakon plaćenih prvih 12 anuiteta, (b) ostatak duga na početku treće godine.

rešenje: $b_1 = 4029.81$, $n = 10$, $m = 2$, $p = 8$, $r = 1.04$

$$(a) R_{nm-12} = K - O_{12} = b_1 \frac{r^{nm}-1}{r-1} - b_1 \frac{r^{12}-1}{r-1} = \frac{b_1}{r-1} (r^{20} - r^{12}) = \frac{4029.81}{1.04-1} (1.04^{20} - 1.04^{12}) = 59448.9 \text{ dinara.}$$

(b) Ostatak duga na početku treće godine jeste ostatak duga nakon plaćenih prvih 4 anuiteta pa imamo

$$R_{nm-4} = K - O_4 = b_1 \frac{r^{nm}-1}{r-1} - b_1 \frac{r^4-1}{r-1} = \frac{b_1}{r-1} (r^{20} - r^4) = \frac{4029.81}{1.04-1} (1.04^{20} - 1.04^4) = 102887.56 \text{ dinara.}$$

24. Zajam se otplaćuje 4 godine jednakim tromesečnim anuitetima uz stopu 6%(pa)d i tromesečno kapitalisanje. Ako je ostatak duga nakon plaćenih prvih 12 anuiteta 40913.37 dinara, odrediti (a) prvu otplatu, (b) zajam, (c) anuitet, (d) otplaćeni deo duga na početku 10-og perioda otplaćivanja.

rešenje: $n = 4$, $m = 4$, $R_{16-12} = 40913.37$, $p = 6$, $r = 1 + \frac{6}{400} = 1.015$

$$(a) R_{16-12} = K - O_{12} = b_1 \frac{r^{nm}-1}{r-1} - b_1 \frac{r^{12}-1}{r-1} = \frac{b_1}{r-1} (r^{16} - r^{12}) \rightarrow b_1 = \frac{R_{16-12}(r-1)}{r^{16}-r^{12}} = \frac{40913.37(1.015-1)}{1.015^{16}-1.015^{12}} = 8364.76 \text{ dinara.}$$

$$(b) K = b_1 \frac{r^{nm}-1}{r-1} = 8364.76 \frac{1.015^{16}-1}{1.015-1} = 150000 \text{ dinara}$$

$$(c) a = K \frac{r^m(r-1)}{r^{nm}-1} = 150000 \frac{1.015^4(1.015-1)}{1.015^{16}-1} = 10614.8 \text{ dinara.}$$

$$(d) O_9 = b_1 \frac{r^9-1}{r-1} = 8364.76 \frac{1.015^9-1}{1.015-1} = 79961.5$$

25. Zajam od 70000 dinara se amortizuje jednakim četvoromesečnim anuitetima od 12539.01 dinara uz stopu 6.3%(pa)d i četvoromesečno kapitalisanje. Odrediti: (a) broj perioda otplaćivanja, (b) četvrtu otplatu, (c) ostatak duga nakon 5 plaćenih anuiteta.

rešenje: $K = 70000$, $m = 3$, $a = 12539.01$, $p = 6.3$, $r = 1 + \frac{6.3}{300} = 1.021$

$$(a) nm = \frac{\log a - \log(a - \frac{Kp}{100m})}{\log r} = \frac{\log 12539.01 - \log(12539.01 - \frac{70000 \cdot 6.3}{300})}{\log 1.021} = 6$$

$$(b) \text{ Na osnovu formule } a = b_c r^{n-m-c+1} \text{ dobijamo } a = b_4 r^{6-4+1} = b_4 r^3 \rightarrow b_4 = \frac{a}{r^3} = \frac{12539.01}{1.021^3} = 11781.10 \text{ dinara.}$$

$$(c) K_{6-5} = K - O_5 = K - b_1 \frac{r^5-1}{r-1} = K - \frac{a}{r^6} \frac{r^5-1}{r-1} = 70000 - \frac{12539.01}{1.021^6} \frac{1.021^5-1}{1.021-1} = 12281.1 \text{ dinara.}$$

26. Anuitet zajma koji se amortizuje jednakom polugodišnjim anuitetima iznosi 4745.24 dinara. Ako je kamatna stopa 9.6%(pa)d, kapitalisanje polugodišnje a peta otplata 3581.71 dinara, odrediti: (a) vreme otplaćivanja, (b) zajam, (c) ostatak duga na početku 4-og perioda otplaćivanja.

rešenje: $a = 4745.24$, $b_5 = 3581.71$, $p = 9.6$, $m = 2$, $r = 1 + \frac{9.6}{200} = 1.048$

$$(a) \text{ Na osnovu formule } a = b_c r^{n-m-c+1} \text{ dobijamo } a = b_5 r^{2n-5+1} \rightarrow a = b_5 r^{2n-4}$$

Logaritmovanjem poslednje jednačine dobijamo

$$\log a = \log (b_5 r^{2n-4})$$

$$\log a = \log b_5 + \log r^{2n-4}$$

$$\log a - \log b_5 = \log r^{2n-4}$$

$$\log a - \log b_5 = (2n - 4) \log r$$

$$\frac{\log a - \log b_5}{\log r} = 2n - 4$$

$$\frac{\log 4745.24 - \log 3581.71}{\log 1.048} = 2n - 4$$

$$6 = 2n - 4$$

$$n = 5$$

$$(b) K = a \frac{r^{nm} - 1}{r^{nm}(r-1)} = 4745.24 \frac{1.048^{10} - 1}{1.048^{10}(1.048 - 1)} = 37000 \text{ dinara}$$

$$(c) b_c = b_1 r^{c-1} \rightarrow b_5 = b_1 r^4 \rightarrow b_1 = \frac{b_5}{r^4} = \frac{3581.71}{1.048^4} = 2969.24 \text{ dinara.}$$

$$\text{Sada dobijamo } R_{10-3} = K - O_3 = K - b_1 \frac{r^3 - 1}{r - 1} = 37000 - 2969.24 \frac{1.048^3 - 1}{1.048 - 1} = 27657.87 \text{ dinara.}$$

■ Zajmovi koji se otplaćuju zaokruženim anuitetima

27. Zajam od 100000 dinara se amortizuje godišnjim anuitetima od 25000 dinara uz stopu 24%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Odrediti: (a) broj godina amortizacije, (b) anuitetni ostatak, (c) ostatak duga posle 3 godine otplaćivanja. Kapitalisanje je godišnje.

$$\text{rešenje: } n = 15, a_{15} = 24184.87, R_{15-3} = 96222.40$$

28. Zajam od 200000 dinara se amortizuje godišnjim anuitetima koji iznose 20% zajma. Interes se računa po stopi 18%(pa)d uz godišnje kapitalisanje. Izračunati: (a) otplaćeni dug posle 3 godine, (b) ostatak duga posle 3 godine, (c) anuitetni ostatak, (d) poslednju otplatu.

$$\text{rešenje: } n = 14, b_1 = 4000, O_3 = 14289.50, R_{nm-3} = 185710, 50, a_{14} = 36727.91, b_{14} = 31125.35$$

29. Zajam od 80000 dinara se amortizuje šestomesečnim anuitetima koji iznose 10% od zajma. Interesna stopa je 5%(pa)d, kapitalisanje šestomesečno. (a) Za koliko godina će se zajam amortizovati? (b) Koliko iznosi anuitetni ostatak?

$$\text{rešenje: } n = 12, a_{12} = 5226.68$$

30. Zajam od 100000 dinara se amortizuje godišnjim anuitetima od po 10000 dinara uz 8%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Izračunati poslednji anuitet i poslednju otplatu.

$$\text{rešenje: } n = 21, a_{21} = 9154.16, b_{21} = 8476.07$$

31. Zajam od 200000 dinara se amortizuje se sa 5 godišnjih anuiteta od a dinara i 6. anuitetnim ostatkom od 51664.02 dinara. Interesna stopa je 15%(pa)d, kapitalisanje godišnje. Koliko iznosi anuitet?

$$\text{rešenje: } a = 53000 \text{ dinara.}$$

32. Zajam od 50000 dinara se amortizuje sa 5 godišnjih anuiteta zaokruženih na prvu veću stotinu i šestim anuitetnim ostatkom. Interes se obračunava po stopi 15%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Izračunati: (a) prvih pet anuiteta, (b) anuitetni ostatak, (c) poslednju otplatu, (d) ostatak dug na početku poslednje godine otplaćivanja.

$$\text{rešenje: } a = 13300, a_6 = 12528.3, b_6 = 16097.3, R_1 = 16097.3$$

■ Zajmovi koji se amortizuju jednakim otplatama

33. Zajam od 150000 dinara se amortizuje za 3 godine jednakim polugodišnjim otplatama uz obračun kamate po stopi 22%(pa)d i polugodišnje kapitalisanje. Izračunati četvrti interes i ostatak duga nakon 4 plaćena anuiteta.

$$\text{rešenje: } I_4 = 8250, R_{nm-4} = 50000$$

34. Zajam od 48000 dinara se otplaćuje 5 godina jednakim godišnjim otplatama uz obračun interesa po stopi 34%(pa)d. Koliki je drugi i četvrti interes? Koliki je treći i peti anuitet?

$$\text{rešenje: } I_2 = 13055, I_4 = 6528, a_3 = 19392, a_5 = 12864$$

35. Treba amortizovati zajam od 240000 dinara za 6 godina jednakim polugodišnjim otplatama uz obračun interesa dva puta godišnje po stopi 52%(pa)d. Izračunati: (a) ostatak duga posle 4 godine i posle 5 godina; (b) anuitet na kraju četvrte i na kraju šeste godine.

rešenje: $b = 20000$, $R_{12-8} = 80000$, $R_{12-10} = 40000$, $a_8 = 48000$, $a_{12} = 25600$

36. Zajam se amortizuje jednakim tromesečnim otplatama po stopi 12.5%(pa)d za vreme od 5 godina. Izračunati zajam ako je kamata sadržana u 12-tom anuitetu 132 dinara. Kapitalisanje je tromesečno.

rešenje: $K = 9386.67$ dinara.

■ Konverzija zajma

37. Zajam od 500000 dinara otplaćuje se za 10 godina jednakim godišnjim anuitetima uz stopu 6%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Na traženje dužnika posle 6 plaćenih anuiteta poverilac je smanjio interesnu stopu na 4%(pa)d, a vreme amortizacije je ostalo isto. Odrediti: anuitet za prvih 6 godina, ostatak duga posle 6 anuiteta, anuitet posle promene uslova amortizacija.

rešenje: $a = 67933.78$, $R_{10-6} = 235398.40$, $a_1 = 64849.91$

38. Zajam od 100000 dinara treba da se otplati za 15 godina jednakim godišnjim anuitetima uz stopu 14.5%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Posle 12 godina interesna stopa je smanjena za 1%. Odrediti anuitet pre i posle konverzije zajma.

rešenje: $a = 16689.59$, $R_{15-12} = 38421.31$, $a_1 = 16411.88$

39. Peta otplata zajma koji se amortizuje za 10 godina godišnjim anuitetima uz stopu 4%(pa)d i godišnje kapitalisanje iznosi 82822.83 dinara. Posle 6 godina na traženje dužnika smanjena je interesna stopa za 1%, s tim da se dug izmiri u određenom roku. Dužnik je i pored smanjene interesne stope nastavio da plaća iste anuitete sve do poslednje godine. Odrediti koliki je bio poslednji anuitet kojim je dug potpuno izmiren.

rešenje: $a = 104797.30$, $R_{10-6} = 380403.19$, $a_{nm} = 94511.66$

40. Zajam od 500000 dinara treba da se amortizuje za 20 godina jednakim godišnjim anuitetima uz stopu 5.5%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Posle 8 godina otplaćivanje je produženo za 4 godine. Koliki je bio anuitet pre i posle konverzije zajma ako je interesna stopa ostala nepromenjena?

rešenje: $a = 41839.67$, $R_{20-8} = 360.595 .90$, $a_1 = 34466.67$

41. Privredna organizacija ima kod iste banke dve obaveze: zajam od 1000000 dinara koji treba da amortizuje za 15 godina jednakim polugodišnjim anuitetima sa stopom 5%(pa)d i polugodišnjim kapitalisanjem, i drugi zajam od 800000 dinara koji treba da amortizuje za 12 godina jednakim godišnjim anuitetima uz stopu 6%(pa)d i godišnje kapitalisanje. Posle pet godina, tokom kojih su anuiteti plaćani redovno, obe obaveze se spajaju u jednu. Ovako formiran novi zajam amortizovaće se za 16 godina jednakim polugodišnjim anuitetima uz stopu 4%(pa)d i polugodišnje kapitalisanje. Odrediti anuitet novog zajma.

rešenje: Anuitet prvog zajma je $a_1 = 47777.64$, a ostatak duga nakon pet godina $R_{30-10} = 744813.36$. Anuitet drugog zajma je $a_2 = 95421.62$, a ostatak duga posle pet godina $R_{12-5} = 532579.88$. Ukupan dug posle 5 godina je 1277393.24, a anuitet novog zajma $a_3 = 54430.49$ dinara.