

1) Определить область определения ф-е:

(i) $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(3x-5)}$

(ii) $f(x) = \frac{2+\sqrt{x-1}}{\ln|2-x|}$

2) Определить тип и знак ф-е

(i) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2$

(ii) $f(x) = -3x^3 - 2x^2 + 7x - 2$

3) Испитати паритет ф-е:

(i) $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$

(ii) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x - x^3}{\cos^2 x}$

4) Определить область определения, тип и знак ф-е, паритет

(i) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 5}$

(ii) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4}$

РЕШЕНИЕ

① (i) $\ln(3x-5) \neq 0 \wedge 3x-5 > 0 \wedge 9-x^2 \geq 0$ (условия)

$3x-5 \neq 1 \wedge 3x > 5 \wedge \begin{array}{c} - - + + - - \\ -3 \quad 3 \end{array}$

$x \neq 2 \wedge x > \frac{5}{3} \wedge x \in [-3, 3]$ объемный знак

$D_f: x \in (\frac{5}{3}, 2) \cup (2, 3]$

(ii) $\ln|2-x| \neq 0 \wedge 2-x > 0 \wedge x-1 \geq 0$

$2-x \neq 1 \wedge x < 2 \wedge x \geq 1$ знак

$x \neq 1 \wedge x < 2 \wedge x \geq 1$, Знак $D_f: x \in (1, 2)$

② Разложить на множители:

(i) $f(x) = -2(x^2+1) + 3x(x+1) = (x+1)(-2x^2+2x-2+3x) = (x+1)(-2x^2+5x-2) =$
 $= (x+1)(-2x^2+4x+x-2) = (x+1)(-2x(x-2) + (x-2)) = (x+1)(x-2)(-2x+1)$

Знак: $f(x) = 0$ ако $x+1=0 \vee x-2=0 \vee -2x+1=0 \quad \square \quad x=-1 \vee x=2 \vee x=\frac{1}{2}$

Знак:

-	+	+	+	
-	-	-	+	$x+1$
+	+	-	-	$x-2$
+	-	+	-	$-2x+1$
-	+	+	-	
-	+	+	-	

$y > 0: x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{2}, 2)$

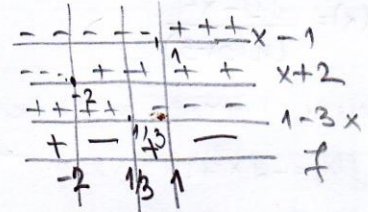
$y < 0: x \in (-1, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$

(1) Свршно као за 1 прен: $y = -3x^3 - 2x^2 + 7x - 2$ $x=1$ је тачна полинома
 $(-3x^3 - 2x^2 + 7x - 2) : (x-1) = -3x^2 - 5x + 2$ $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{-6} = \frac{5 \pm 7}{-6} = \frac{-2}{-6}, \frac{1}{-6}$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -5x^2 + 7x - 2 \\ -5x^2 + 5x \\ \hline 2x - 2 \\ -2x + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Дакле, $f(x) = -3(x-1)(x+2)(x-\frac{1}{3})$ \cap
 $f(x) = (x-1)(x+2)(1-3x)$

Тачне ω : $x=1, x=-2, x=\frac{1}{3}$.
 Знак: $y > 0: x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1}{3}, 1)$
 $y < 0: x \in (-2, 1) \cup (1, +\infty)$

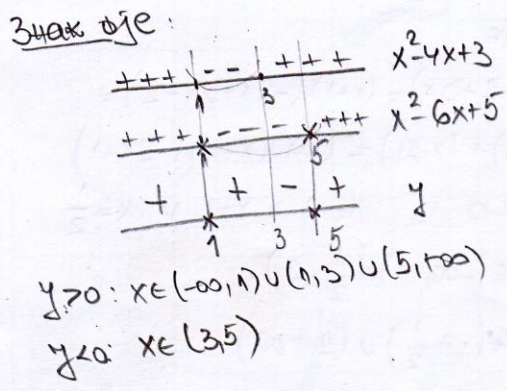


(3) (i) $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$
 $f(-x) = \log \frac{1+(-x)}{1-(-x)} = \log \frac{1-x}{1+x} = \log \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1} = -1 \cdot \log \frac{1+x}{1-x} = -f(x)$
 Дакле, оја је непарна

(ii) $f(x) = \frac{\sin x + \tan x - x^3}{\cos^2 x}$
 $f(-x) = \frac{\sin(-x) + \tan(-x) - (-x)^3}{\cos^2(-x)} = \frac{-\sin x - \tan x + x^3}{\cos^2 x} = -\frac{\sin x + \tan x - x^3}{\cos^2 x} = -f(x)$
 оја је непарна.

(4) (i) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 5}$
 Делачи дел: $x^2 - 6x + 5 \neq 0$
 $x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \frac{5}{2}, \frac{1}{2}$ $x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 5) \cup (5, +\infty)$

Тачне оје: $y=0: x^2 - 4x + 3 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ $(3, 0)$ и $(1, 0)$



(ii) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4}$
 Делачи дел: $x^2 - 3x - 4 \neq 0$; $x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \frac{4}{2}, \frac{-2}{2}$
 $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, +\infty)$

Тачне оје: $y=0: x^2 - 2x - 3 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}$ $(3, 0)$ је тачна

