1) Одредити област дефинисаности ф-је:

(I) $f(x)=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(3x-5)}$ (II) $f(x)=\dfrac{2+\sqrt{x-1}}{\ln(2-x)}$

2) Одредити нуле и знак ф-је

(I) $f(x)=-2x^3+3x^2+3x-2$ (II) $f(x)=-3x^3-2x^2+7x-2$

3) Испитати парност ф-је:

(I) $f(x)=\log\dfrac{1+x}{1-x}$ (II) $f(x)=\dfrac{\sin x+\operatorname{tg} x-x^3}{\cos^2 x}$

4) Одредити област дефинисаности, нуле и знак ф-је, парност

(I) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$ (II) $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4}$

РЕШЕЊА

1 (I) $\ln(3x-5)\neq 0 \wedge 3x-5>0 \wedge 9-x^2\geq 0$ (услови)

$3x-5\neq 1 \wedge 3x>5 \wedge$ $- -\;\underset{-3}{|}\;+++\;\underset{3}{|}\;- -$

$x\neq 2 \wedge x>\frac{5}{3} \wedge x\in[-3,3]$ Обједињујући све:

$D_f: x\in(\frac{5}{3},2)\cup(2,3]$.

(II) $\ln(2-x)\neq 0 \wedge 2-x>0 \wedge x-1\geq 0$

$2-x\neq 1 \wedge x<2 \wedge x\geq 1$ Дакле,

$x\neq 1 \wedge x<2 \wedge x\geq 1$, биће $D_f: x\in(1,2)$

2 Растављамо полиноме на чиниоце:

(I) $f(x)=-2(x^3+1)+3x(x+1)=(x+1)(-2x^2+2x-2+3x)=(x+1)(-2x^2+5x-2)=$

$=(x+1)(-2x^2+4x+x-2)=(x+1)(-2x(x-2)+(x-2))=(x+1)(x-2)(-2x+1)$

Нуле: $f(x)=0$, ако $x+1=0 \vee x-2=0 \vee -2x+1=0$ тј. $x=-1 \vee x=2 \vee x=\frac{1}{2}$

Знак:

−	+	+	+	$x+1$
−	−	−	+	$x-2$
+	+	−	−	$-2x+1$
+	−	+	−	
-1	$1/2$	2		

$y>0: x\in(-\infty,-1)\cup(\frac{1}{2},2)$

$y<0: x\in(-1,\frac{1}{2})\cup(2,+\infty)$

(II) Слично као за I групу: $y=-3x^3-2x^2+7x-2$ $\qquad$ $x=1$ је нула полинома

$(-3x^3-2x^2+7x-2):(x-1)=-3x^2-5x+2$

$-3x^3+3x^2$

$-5x^2+7x-2$

$-5x^2+5x$

$2x-2$

$2x-2$

$=$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{-6}=\frac{5\pm7}{-6}=\begin{cases}-2\\ \frac{1}{3}\end{cases}$$

Дакле, $f(x)=-3(x-1)(x+2)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

$f(x)=(x-1)(x+2)(1-3x)$

Нуле су: $x=1$; $x=-2$, $x=\frac{1}{3}$.

Знак: $y>0$: $x\in(-\infty,-2)\cup(\frac{1}{3},1)$

$y<0$: $x\in(-2,1)\cup(1,+\infty)$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,\frac{1}{3})$	$(\frac{1}{3},1)$	$(1,+\infty)$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	$+$
$x+2$	$-$	$+$	$+$	$+$
$1-3x$	$+$	$+$	$-$	$-$
f	$+$	$-$	$+$	$-$

(3) (I) $f(x)=\log\frac{1+x}{1-x}$

$$f(-x)=\log\frac{1+(-x)}{1-(-x)}=\log\frac{1-x}{1+x}=\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1}=-1\cdot\log\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$$

Дакле, фја је непарна

(II) $f(x)=\frac{\sin x+\operatorname{tg}x-x^3}{\cos^2 x}$

$$f(-x)=\frac{\sin(-x)+\operatorname{tg}(-x)-(-x)^3}{\cos^2(-x)}=\frac{-\sin x-\operatorname{tg}x+x^3}{\cos^2 x}=-\frac{\sin x+\operatorname{tg}x-x^3}{\cos^2 x}=-f(x)$$

Фја је непарна

(4) (I) $y=\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$

Област деф.: $x^2-6x+5\neq0$

$x_{1,2}\neq\frac{6\pm4}{2}\neq\begin{cases}5\\1\end{cases}$ $\qquad x\in(-\infty,1)\cup(1,5)\cup(5,+\infty)$

Нуле фје: $y=0$: $x^2-4x+3=0$

$x_{1,2}=\frac{4\pm2}{2}=\begin{cases}3\\ \cancel{1}\end{cases}$ $\qquad (3,0)$. ~~$\cup(1,0)$~~

Знак фје:

	$(-\infty,1)$	$(1,3)$	$(3,5)$	$(5,+\infty)$
x^2-4x+3	$+$	$-$	$+$	$+$
x^2-6x+5	$+$	$-$	$-$	$+$
y	$+$	$+$	$-$	$+$

$y>0$: $x\in(-\infty,1)\cup(1,3)\cup(5,+\infty)$

$y<0$: $x\in(3,5)$

(II) $y=\frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4}$

Област деф: $x^2-3x-4\neq0$; $x_{1,2}\neq\frac{3\pm5}{2}=\begin{cases}4\\-1\end{cases}$

$x\in(-\infty,-1)\cup(-1,4)\cup(4,+\infty)$

Нуле фје: $y=0$: $x^2-2x-3=0$

$x_{1,2}=\frac{2\pm4}{2}=\begin{cases}3\\ \cancel{-1}\end{cases}$ $\qquad (3,0)$ је нула

Знак фје

	$(-\infty,-1)$	$(-1,3)$	$(3,4)$	$(4,+\infty)$
x^2-2x-3	$+$	$-$	$+$	$+$
x^2-3x-4	$+$	$-$	$-$	$+$
y	$+$	$+$	$-$	$+$

$y>0$: $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,3)\cup(4,+\infty)$

$y<0$: $x\in(3,4)$