

Прва група

1. Састави таблицу истинитосних вредности формуле: $((p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg p)) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg r)$.
2. Методом свођења на противречност доказати да је ф-ла таутологија:
$$((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \neg r) \vee ((s \wedge \neg t) \Rightarrow (r \vee p))$$
3. Ако $P \cup Q \cup R = \{2,3,4,5,6,7,8\}$, $P \cap Q \cap R = \{8\}$, $R/(P \cup Q) = \{5,6,7\}$, $(R \cap Q)/P = \{3\}$, $(Q \cap P) \setminus R = \emptyset$, $P \cap (Q \cup R) = \{4,8\}$, одредити скупове P, Q и R.
4. У агенцији ради 52 преводиоца. Енглески језик говори 35 преводилаца, руски језик њих 20, а француски језик говори 19 преводилаца. Руски и енглески говори 11 преводилаца, француски и енглески њих 9, а француски и руски 7. Колико преводилаца говори сва три језика, а колико само један језик?

Друга група

1. Састави таблицу истинитосних вредности формуле: $((p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (r \wedge \neg p)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$.
2. Методом свођења на противречност доказати да је ф-ла таутологија:
$$(p \wedge (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))) \Rightarrow (q \Rightarrow (s \vee t))$$
3. Ако $E \cup F \cup G = \{a, b, c, d, e\}$, $E \cap F \cap G = \{b, c\}$, $G \cap (E \cup F) = \{b, c, d, e\}$, $(E \cap F) \setminus G = \{a\}$, $E \setminus F = \{d\}$, одредити скупове E, F, G.
4. У једној школи има 480 ђака. 280 ученика учи енглески језик, 230 француски језик, 230 руски, 120 енглески и француски, 110 енглески и руски, 80 француски и руски. Колико ученика говори сва три језика, а колико само један језик?

РЕШЕЊА СУ У ПРИЛОГУ:

① ЗАДАТАК РЕШАВАМО САСТАВЉАЈУЊИ ТАБЕЛЕ ИСТИННОСТИХ ВРЕДНОСТИ:

I: $((p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg p)) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg r)$ II: $((p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \wedge \neg p)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$p \Rightarrow q$	$r \Rightarrow \neg p$	L(I)	D(I)	F(I)	$p \Rightarrow r$	$r \wedge \neg p$	L(II)	D(II)	F(II)
T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	F	T	F	F	F	T
T	F	F	F	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T	T	T	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	F	F	T	T	F	F	T	F	F	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	T	T

(НАПОМЕНА: ЗАДАЦИ ОБЕ ГРУПЕ ОУ ИСУЈ ТАБЕЛАМИ!)

② ПОШТО ЂЕ ОВАЈ ЗАДАТАК РЕШАВА СВОЈЕВНОМ НА АНСИРА, ПРВНОСТИ.

НА ФОРМУЛА НИЈЕ ТАУТОЛОГИЈА.

I ГРУПА F: $((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \neg r) \vee ((s \wedge \neg t) \Rightarrow (r \vee p))$

$\sigma(F) = \perp$ П. $\neg((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \neg r) = \perp$ И $\neg((s \wedge \neg t) \Rightarrow (r \vee p)) = 1$

ИЗ ПРВОГ ТВРЂЕЊА П: $\neg(p \Leftrightarrow q) = T$ И $\neg(\neg r) = \perp$ П. $\neg(r) = T$

ИЗ ДРУГОГ ТВРЂЕЊА ЈЕ: $\neg(s \wedge \neg t) = T$ И $\neg(r \vee p) = \perp$ П. $\neg(r) = \perp$

ШТО ЈЕ ОЧИГЛАДНА КОНТРАДИКЦИЈА НА ЈЕ $\sigma(F) = T$.

II ГРУПА F: $(p \wedge (p \Leftrightarrow (r \wedge \neg r))) \Rightarrow (q \Rightarrow (s \vee t))$

$\sigma(F) = \perp$ П. $\neg(p \wedge (p \Leftrightarrow (r \wedge \neg r))) = T$ И $\neg(q \Rightarrow (s \vee t)) = 1$

ИЗ ПРВОГ ТВРЂЕЊА П: $\neg(p) = T$ И $\neg(p \Leftrightarrow (r \wedge \neg r)) = T$, А ОД ОВДЕ

ЈЕ ЗБОГ \Leftrightarrow $\sigma(r \wedge \neg r) = T$ П. $\neg(q) = \perp$ И $\neg(r) = T$

ИЗ ДРУГОГ ТВРЂЕЊА ЈЕ: $\neg(q) = T$ И $\neg(s \vee t) = \perp$, НА ЈЕ ОЧИГЛАДНА

КОНТРАДИКЦИЈА.

③ I ГРУПА ДАТО ЈЕ $P \cup Q \cup R = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $P \cap Q \cap R = \{8\}$

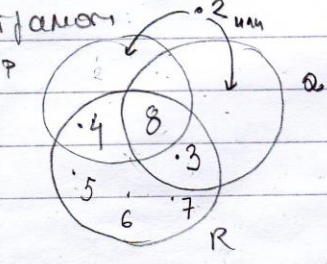
$R \setminus (P \cup Q) = \{5, 6, 7\}$; $(R \cap Q) \setminus P = \{3\}$ $(Q \cap P) \setminus R = \emptyset$, $P \cap (Q \cup R) = \{4, 8\}$

ЗАДАТАК РЕШАВАМО ВЕШОМНИ ШТАРГАМОМ.

ИМА ДВА ПЕВЕЛА:

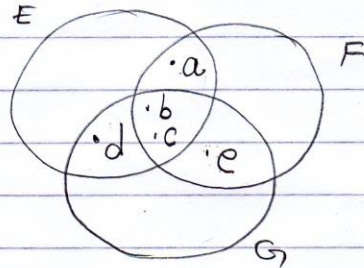
$P = \{2, 4, 8\}$, $Q = \{8, 3\}$, $R = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ или

$P = \{4, 8\}$, $Q = \{2, 3, 8\}$, $R = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



II группа Дано је $E \cup F \cup G = \{a, b, c, d, e\}$, $E \cap F \cap G = \{b, c\}$
 $G \cap (E \cup F) = \{b, c, d, e\}$, $(E \cap F) \setminus G = \{a\}$, $E \setminus F = \{d\}$

Веннов дијаграм:



Дакле, $E = \{a, b, c, d\}$

$F = \{a, b, c, e\}$

$G = \{b, c, d, e\}$

4) И текстови задатак решавамо помоћу дијаграма

I група Укупно 52 преводилаца

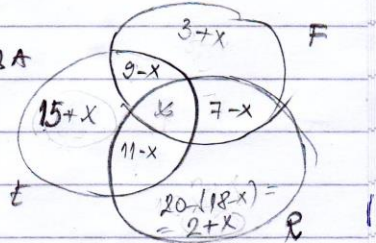
$E = 35$ преводилаца, $R \cap E = 11$ преводилаца

$R = 20$ —

$F \cap R = 7$ —

$F = 19$ —

$F \cap E = 9$ —



Ако са x означимо број преводилаца који

говоре сва 3 језика, онда ће по Веннов дијаграму и условима задатка бити: $15+x+2+x+3+x+9-x+7-x+11-x+x=52$

тј. $47+x=52$ одакле је $x=5$.

б) Само један језик говори: $20+3x=20+15=35$ преводилаца

II група Слично претходном задатку.

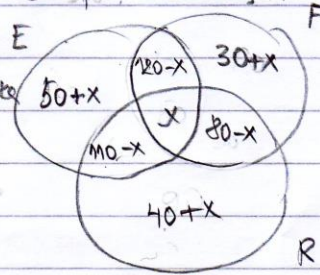
$E = 280$ ученика, $E \cap F = 120$ укупно 480 ђака

$F = 230$ —

$E \cap R = 110$

$R = 230$ —

$F \cap R = 80$



$$50+x+30+x+40+x+120-x+110-x+80-x+x=480$$

$$430+x=480 \text{ тј. } x=50$$

а) 50 ученика учи сва 3 језика.

б) Само један језик: $120+3x=120+150=270$ ученика.